

(6)

प्रश्न 5. हल कीजिए : $x^7 + 1 = 0$

Solve : $x^7 + 1 = 0$

OR

यदि $\tan \theta = x + \tan \alpha$ दर्शाइये, कि :

If $\tan \theta = x + \tan \alpha$ show that :

$$\theta = \alpha + x \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} x^2 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha - \frac{1}{3} x^3 \cos^3 \alpha \cos 3\alpha .$$

---x---

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

Online Annual Examination - 2020

B.Sc. - I

MATHEMATICS

Paper - I

ALGEBRA & TRIGONOMETRY

Max.Marks : 50

Min.Marks : 17

Time : 3 Hrs.

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. किसी आव्यूह प्रमेय जाति को परिभाषित कीजिए।

Define row- rank of a matrix.

प्रश्न 2. कैले हैमिल्टन प्रमेय का कथन लिखिए।

Write the statement of Cayley Hamilton theorem.

प्रश्न 3. बहुपद समीकरण के मूल और इनके गुणांकों के बीच संबंध को लिखिए।

Write the relation between roots and coefficients of a polynomial equation.

प्रश्न 4. समीकरण के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

Find the nature of the roots of the equation.

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$$

P.T.O.

(2)

प्रश्न 5. योग मॉड्यूलो n को परिभाषित कीजिए।

Define addition Modulo n .

प्रश्न 6. तुल्यता संबंध को परिभाषित कीजिए।

Define an equivalence relation.

प्रश्न 7. एक क्षेत्र में कम से कम कितने अवयव होना चाहिए?

How many elements at least should be there in a field?

प्रश्न 8. लैग्रान्जे प्रमेय के कथन को लिखिए।

Write the statement of Lagrange's theorem.

प्रश्न 9. अतिपरवलय फलनों $\sinh x$ तथा $\tanh x$ का आवर्त क्या है?

What is the period of Hyperbolic function $\sinh x$ and $\tanh x$?

प्रश्न 10. $\log(x+iy)$ का मान लिखिए।

Write the values of $\log(x+iy)$.

Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following short-answer-type questions : (3x5=15)

प्रश्न 1. प्रारंभिक रूपान्तरण की सहायता से निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

With the help of elementary transformation, find the inverse of the

following matrix :
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

OR

आव्यूह के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए। जहाँ

Find the Eigen values of the matrix. Where

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(5)

प्रश्न 2. निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

Solve the following equations by matrix method :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

OR

कार्डन विधि से त्रिघात $x^3 - 15x - 126 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the equation $x^3 - 15x - 126 = 0$ by Cardon's method.

प्रश्न 3. लैग्रान्जे प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Lagrange's theorem.

OR

यदि $f: X \rightarrow Y$ तथा $g: Y \rightarrow Z$ दो एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण है, तब सिद्ध कीजिए कि $g \circ f: X \rightarrow Z$ एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण है तथा $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

If $f: X \rightarrow Y$ and $g: Y \rightarrow Z$ two one-one onto mappings, then prove that $g \circ f: X \rightarrow Z$ is also a one-one onto mapping and also prove that $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

प्रश्न 4. दर्शाइये कि $a + b\sqrt{2}$ के रूप की संख्याओं का समुच्चय, जहाँ a और b परिमेय संख्याएँ हैं, एक क्षेत्र है।

Show that the set of numbers of the form $a + b\sqrt{2}$ with a and b as rational numbers is a field.

OR

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक फील्ड अनिवार्यतः एक पूर्णाकीय डोमेन होता है, परन्तु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

Prove that every field an integral domain but its converse is not true.

P.T.O.

(3)

प्रश्न 2. वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल के $x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$ मूलों के व्युत्क्रम के दुगुने हैं।

Find the equation whose roots are the double of the reciprocal of the roots of the equation $x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$.

OR

समीकरण $x^4 + 8x^3 + x - 5 = 0$ को रूपान्तरित कीजिए जिसमें द्वितीय पद नहीं है।

Transform the equation $x^4 + 8x^3 + x - 5 = 0$ whose second term is diminished (missing).

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह एक आबेली समूह होता है।

Prove that every cyclic group is an abelian group.

OR

सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Prove that the intersection of any two normal subgroups of a group is also a normal subgroup of that group.

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिये एक वलय R शून्य भाजक रहित है यदि और केवल यदि R में निरसन नियम सत्य है।

Prove that a ring R is without zero divisors if and only if the cancellation laws hold in R.

OR

गुणात्मक समूह $G = \{1, -1, i, -i\}$ से तुल्याकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिए।

Find the Isomorphic Regular group permutation of the Multiplicative group $G = \{1, -1, i, -i\}$.

P.T.O.

(4)

प्रश्न 5. ; in n कोई धन पूर्णांक है तो सिद्ध कीजिए कि :

If n is any positive integer. Then prove that :

$$(1-i)^n + (1+i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4} .$$

OR

सिद्ध कीजिए कि / Prove that :

$$\log \log \sec \theta = \frac{1}{2} \tan^2 \theta - \frac{1}{4} \tan^4 \theta + \frac{1}{6} \tan^6 \theta$$

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following long-answer-type questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों P और Q को इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि PAQ प्रसामान्य रूप में है, जहाँ

Find two non singular matrices P and Q such that PAQ is in the normal form where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

OR

आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कर आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए।

Transform the following matrix A into Normal form & find their rank.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$