

Online Annual Examination-2020

B.Sc. Part - I
Mathematics
Paper - II
Calculus

Max. Marks :50

Section "A" "खण्ड-अ"

प्रति लघुउत्तरीय प्रश्न के उत्तर एक या दो लाइन में दीजिये। 1x10=10

Answer the following questions in one or two lines.

प्रश्न 1. फलन $f(x) = 1$ के लिए $f(0 + 0)$ ज्ञात कीजिए।

For the function $f(x) = 1$. find $f(0 + 0)$.

प्रश्न 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \log x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \log x)$.

प्रश्न 3. चक्रज $s = 4a \sin \Psi$ के बिन्दु (s, Ψ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature of the points (s, Ψ) of the cycloid $s = 4a \sin \Psi$.

प्रश्न 4. यदि $y = \sin x$ तो $\frac{d^3 y}{dx^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \sin x$ then find the value of $\frac{d^3 y}{dx^3}$.

प्रश्न 5. यदि $f(x) = \frac{1}{ax+d}$ हो तो $\int f(x) dx$ ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = \frac{1}{ax+d}$ then find $\int f(x) dx$.

प्रश्न 6. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$.

प्रश्न 7. हल कीजिए.

Solve that-

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

प्रश्न 8. अवकल समीकरण $P=1$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $P=1$.

प्रश्न 9. समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$ का विशेष समाकलन ज्ञात कीजिए।

Find the particular integral of the equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x.$$

प्रश्न 10. दो चरों का रांसकियन सारणिक लिखिए।

Write the Wronskian determinant of two Variables.

Section "B" "खण्ड - ब"

लघुउत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

5x3=15

Answer the following short answer type questions.

प्रश्न 1. $\cos^2 x$ का n वाँ अवकल-गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the n^{th} differential coefficient of $\cos^2 x$.

अथवा

मैकलॉरिन प्रमेय से $\sin x$ का प्रसार कीजिए।

Expand $\sin x$ by Maclaurin's Theorem.

प्रश्न 2. वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ पर मूल बिन्दु की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

Find the nature of origin on the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

अथवा

$r^3 = 2ap^2$ के बिन्दु (p, r) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature of $r^3 = 2ap^2$ at the point (p, r) .

प्रश्न 3. $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$.

अथवा

सिद्ध कीजिए कि:

Prove that :-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \pi/4.$$

प्रश्न 4. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.
अथवा

अवकल समीकरण $p^2 - 5p + 6 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $p^2 - 5p + 6 = 0$.

प्रश्न 5. यदि $y = e^x$, अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Pdy}{dx} + Q = 0$ का एक हल है तो दर्शाइये कि $1 + P + Q = 0$.

If $y = e^x$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Pdy}{dx} + Q = 0$ then show that $1 + P + Q = 0$.

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$ का पूरक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the complimentary function of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x.$$

Section "C" "खण्ड - स"

दीर्घउत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

5x5 = 25

Answer the following long answer type questions.

प्रश्न 1 टेलर प्रमेय का उपयोग करते हुए $\sin x$ को $(x - \pi/2)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\sin x$ in powers $(x - \pi/2)$ by Taylor's Theorem.
अथवा

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$ तथा $x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (x^2 + 1)y_n = 0$

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, then prove that $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$ तथा $x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (x^2 + 1)y_n = 0$.

प्रश्न 2 सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिन्दु

$(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ पर वक्रता त्रिज्या $3a \sin \theta \cos \theta$ है।

Prove that the radius of curvature of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ at the point $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ is $3a \sin \theta \cos \theta$.

अथवा

वक्र $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + 4 + 3 = 0$ की अनन्तस्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$.

प्रश्न 3 मूल्यांकन कीजिए—

Evaluate $\int_a^\beta \sqrt{(x-a)(\beta-x)} dx$
अथवा

मान ज्ञात कीजिए—

Evaluate $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$

प्रश्न 4 हल कीजिये / Solve:-

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x.$$

अथवा

हल कीजिये / Solve:-

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos 3x$$

प्रश्न 5 हल कीजिये / Solve:-

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

अथवा

हल कीजिये / Solve:-

$$\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{nxy}$$