

(6)

OR

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक सरल रेखा $\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$ के समानान्तर है तथा निर्देशक वक्र दीर्घवृत्त $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$ है।

Find the equation of cylinder with generator parallel to $\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$ and guiding curve $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$.

प्रश्न 5. समीकरण $6y^2 - 18yz - 6zx + 2xy - 9x + 5y - 5z + 2 = 0$ प्रमाणिक रूप में समानयन कीजिए तथा इससे प्रदर्शित पृष्ठ को प्रकृति बताइए।

Reduce the equation $6y^2 - 18yz - 6zx + 2xy - 9x + 5y - 5z + 2 = 0$ to the standard form and state the nature of surface represented by it.

OR

वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब समतल $lx + my + nz = p$ दीर्घवृत्तज

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ को स्पर्श करता है।

Find the condition when the plane $lx + my + nz = p$ touches the

ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

---x---

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

Online Annual Examination - 2020

B.Sc. - I

MATHEMATICS

Paper - III

VECTOR ANALYSIS & GEOMETRY

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. तीन सदिशों के समतलीय होने का प्रतिबंध क्या है?

What is the condition for three vectors to be coplanar?

प्रश्न 2. सदिश जिसकी दिशा अचर हो का क्या प्रतिबंध है?

Write the condition for a vector to be in constant direction.

प्रश्न 3. स्टोक्स प्रमेय को लिखिए।

Write Stoke's theorem.

प्रश्न 4. आघूर्ण सदिश का कथन लिखिए।

Write the statement of Irrotational vector.

P.T.O.

(2)

प्रश्न 5. दो वृत्तों का मूलाक्ष तथा उनकी उभयनिष्ठ जीवाओं को परिभाषित कीजिए।

Define Radial axis and common chord of the two circles.

प्रश्न 6. नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिए।

Define director circle.

प्रश्न 7. व्युत्क्रम शंकु को परिभाषित कीजिए।

Define Reciprocal Cone.

प्रश्न 8. दो गोलों के प्रतिच्छेदन की व्याख्या कीजिए।

Explain the intersection of two sphere.

प्रश्न 9. दीर्घ परवलयज का समीकरण लिखिए।

Write the equation of Elliptic Paraboloid.

प्रश्न 10. द्वितीय घात का व्यापक समीकरण लिखिए।

Write the general equation of second degree.

Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following short-answer-type questions: (3x5=15)

प्रश्न 1. दिखाइए कि / Show that :

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

OR

यदि $\vec{f} = xy^2\hat{i} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k}$, तब बिन्दु (1, -1, 1) पर ज्ञात कीजिए।

$$(1) \operatorname{div} \vec{f} \quad (2) \operatorname{curl} \vec{f}$$

If $\vec{f} = xy^2\hat{i} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k}$, then find

$$(1) \operatorname{div} \vec{f} \quad (2) \operatorname{curl} \vec{f}, \text{ on point } (1, -1, 1)$$

(5)

प्रश्न 2. यदि $\vec{a} = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k}$, तब $\int_0^1 \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k}$, find the value of

$$\int_0^1 \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) dt.$$

OR

स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $\vec{F} = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$, जहाँ पृष्ठ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का xy समतल के उपर का भाग है।

Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$, where surface S is upper part of xy plane of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

प्रश्न 3. शांकव $21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$.

OR

वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए की दो वृत्त एक-दूसरे को लंबवत् प्रतिच्छेदित करते हैं।

Find the condition that the two circles intersect each other orthogonally.

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि समीकरण $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$

एक शंकु को निरूपित करता है। यदि $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$

Prove that the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$

represent a cone if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$

P.T.O.

(3)

प्रश्न 2. गॉस का डाइवर्जेंस प्रमेय की व्याख्या कीजिए।

Explain the Gauss Divergence theorem.

OR

यदि $\vec{a}(t) = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$ तथा $\vec{b}(t) = 2t^2\hat{j} + 6t\hat{k}$ हो तो $\int_0^2 \vec{a} \cdot \vec{b} dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a}(t) = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$ and $\vec{b}(t) = 2t^2\hat{j} + 6t\hat{k}$, then find the value of $\int_0^2 \vec{a} \cdot \vec{b} dt$.

प्रश्न 3. शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ की नाभि जो ध्रुव है, के संगत नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of directrix of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ whose focus is the Pole.

OR

शांकव $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x^2 - 58y + 71 = 0$ की प्रकृति तथा केन्द्र ज्ञात कीजिए।

Find the nature and centre of the conic.

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x^2 - 58y + 71 = 0$$

प्रश्न 4. दिखाओं के व्युत्क्रम शंकु का व्युत्क्रम मूल शंकु होता है।

Show that reciprocal of the reciprocal cone is original cone.

(4)

OR

गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ के (α, β, γ) बिन्दु पर स्पर्श तल का समीकरण निकालिए।

Find tangent plane of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ at (α, β, γ) .

प्रश्न 5. सरल रेखा और संकेन्द्र शांकवज के प्रतिच्छेदन की व्याख्या कीजिए।

Explain the intersection of a straight line and a central conicoid.

OR

परवलयज $ax^2 + by^2 = 2cz$ के बिन्दु (α, β, γ) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए

Find the equation of normal to the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2cz$ at the point (α, β, γ) .

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following long-answer-type questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. ; $\text{in } \vec{r}$ किसी बिन्दु की स्थिति सदिश है तथा r उसका मापांक है तो n का मान ज्ञात कीजिए। जब $(r^n \vec{r})$ परिनालकीय है।

If \vec{r} is position vector of any point with modulus r then find value of n when $(r^n \vec{r})$ is solenoidal.

OR

सिद्ध कीजिए कि : $\text{div}(\text{grad } r^m) = m(n+1)r^{m-2}$

Prove that : $\text{div}(\text{grad } r^m) = m(n+1)r^{m-2}$