

(6)

प्रश्न 3. हल कीजिए (Solve):

$$(D^2 - DD^1 + D^1 - 1)z = \cos(x + 2y) + e^4$$

OR

हल कीजिए (Solve):

$$(r + s - 6t)z = y \cos x$$

प्रश्न 4. न्यूनमान समाकलन को बेसल फलन के लिए लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State &amp; Prove Neumann integral for Bessel's function.

OR

$f(x) = 35x^4 + 15x^3 - 30x^2 - 15x + 3$  को लेजान्द्रे बहुपदों के रूप में व्यक्त कीजिए।

Explain the following function in the form of Legendre Polynomials:

$$f(x) = 35x^4 + 15x^3 - 30x^2 - 15x + 3$$

प्रश्न 5. परवलय  $y = x^2$  तथा सरलरेखा  $x - y = 5$  के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the minimum distance between parabola  $y = x^2$  and straight line

$$x - y = 5.$$

OR

फलन को ज्ञात कीजिए जिस पर निम्न फलनक को चरम मान बनाया जा सकता है।

Find the function in which the following functional make it extremum value.

$$I[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 - 2xy) dx, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{120}$$

---X---

## Annual Online Examination 2020

B.Sc. Part - II

MATHEMATICS

Paper - II

## DIFFERENTIAL EQUATION

Max. Marks : 50

Min. Marks : 17

Time : 3 Hrs.

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघुत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघुत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

## Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघुत्तरी प्रश्नों के उत्तर दें :

Answer the following questions : (1x10=10)

प्रश्न 1. फलन  $F(t) = e^{at}$  का लाप्लास रूपांतर क्या होगा।What is the Laplace Transform of the function  $F(t) = e^{at}$ .

प्रश्न 2.  $\frac{1}{p^2}$  का प्रतिलाम लाप्लास रूपांतर लिखिए।

Write the inverse Laplace Transform of  $\frac{1}{p^2}$ .

(2)

प्रश्न 3. पूर्ण समाकल किसे कहते हैं?

What is complete integral?

प्रश्न 4.  $f$  को विलोपित कर आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the partial differential equation by elimination of  $f$ .

प्रश्न 5. समीकरण  $2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  का व्यापक हल क्या है?

What is the general solution of the equation :

$$2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

प्रश्न 6.  $(D^2 + DD' + D' - 1)z = 0$  का पूर्ण हल लिखिए।

Write complete solution of  $(D^2 + DD' + D' - 1)z = 0$

प्रश्न 7. विचित्र बिन्दु के प्रकार लिखिए।

Write the types of singular point.

प्रश्न 8.  $\left[ J_{\frac{1}{2}}(x) \right]^2 + \left[ J_{-\frac{1}{2}}(x) \right]^2$  का मान बताइये।

Write the value of  $\left[ J_{\frac{1}{2}}(x) \right]^2 + \left[ J_{-\frac{1}{2}}(x) \right]^2$

प्रश्न 9. जैकोबी प्रतिबंध लिखिए।

Write Jacobi Condition.

प्रश्न 10. गतिमान परिसीमा के लिए अनुप्रस्थ प्रतिबंध लिखिए।

Write the Transversality condition for moving boundaries.

(5)

OR

फलनक  $I[(x)] = \int_0^1 \left( x + 2y + \frac{y'^2}{2} \right) dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$  के एक

चरम के लिए जांच कीजिए।

Test for extremum of the following functional :

$$I[(x)] = \int_0^1 \left( x + 2y + \frac{y'^2}{2} \right) dx \text{ at } y(0) = 0, y(1) = 0$$

### Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 300-350 शब्द सीमा में दें

Answer the following long-answer-type questions with word limit 300-350 (5x5=25)

प्रश्न 1. समाकल समीकरण  $f(t) = \frac{t^2}{2} \int_0^t (t-u)f(u) du$  को हल कीजिए।

Solve the integral equation :  $f(t) = \frac{t^2}{2} \int_0^t (t-u)f(u) du$ .

OR

हल कीजिए (Solve):

$$(D^2 + D)y = t^2 + 2t, \text{ When } y(0) = 4 \text{ And } y'(0) = -2$$

प्रश्न 2. हल कीजिए (Solve):

$$\left( \frac{y-z}{yz} \right) p + \left( \frac{z-x}{zx} \right) q = \frac{x-y}{xy}$$

OR

चारपीट विधि से हल कीजिए।

Solve by Charpit method :  $(p+q)(px+qy) = 1$

P.T.O.

(3)

Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 150-200 शब्द सीमा में दें  
Answer the following short-answer-type questions with word  
limit 150-200 (3x5=15)

प्रश्न 1. हल कीजिए (लाप्लास रूपांतर से)  $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ ,

$$y = Dy = 1 \text{ जब } t = 0, D = \frac{d}{dt}$$

Solve using Laplace Transform :  $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ ,

$$y = Dy = 1 \text{ to } t = 0, D = \frac{d}{dt}$$

OR

मान ज्ञात कीजिए (Find value of) :

$$L^{-1} \left\{ \frac{P+1}{P^2+6P+25} \right\}$$

प्रश्न 2. हल कीजिए (Solve) :

$$p + 3d = 5z + \tan(y - 3x)$$

OR

विचित्र हल ज्ञात कीजिए (Find singular solution of) :

$$Z^2(p^2 + q^2 + 1) = c^2$$

प्रश्न 3. हल ज्ञात कीजिए (Find the solution of) :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial xz} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial yz} = x^2 y$$

(4)

**OR**

हल कीजिए (Solve):

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} - \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0$$

प्रश्न 4. दर्शाइये कि (Show that):

$$J_{\frac{3}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{kx}} \left( \frac{\sin x}{x} - \cos x \right)$$

**OR**

सिद्ध कीजिए (Prove that):

$$\int_{-1}^1 P_n(x) dx = 0 \text{ यदि } n \geq 1$$

प्रश्न 5. माना एक फलनक  $I[y(x)]$  वर्ग  $C^1[0,1]$  पर निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$$I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} \cdot dx$$

सिद्ध कीजिए कि  $I[x] = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4} \text{ Sinh}^{-1} 2$

A functional  $I[y(x)]$  at  $C^1[0,1]$  defined as

$$I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} \cdot dx$$

Prove that  $I[x] = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4} \text{ Sinh}^{-1} 2$