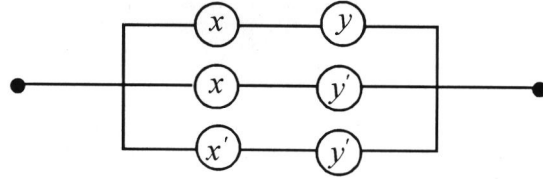


(6)

OR

निम्नांकित आरेख के तुल्य सरल परिपथ का निर्माण कीजिए और सत्यापन तालिकाओं से तुल्य परिपथों का सत्यापन भी कीजिए :

Draw a simple circuit for the following diagram and verify the equivalent circuit by the truth table :



---x---

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

Online Annual Examination, 2020

B.Sc. Part - III

MATHEMATICS

Paper - III

DISCRETE MATHEMATICS

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. यदि  $P = \{a, b, c\}$ ,  $Q = \{c, d, e, f\}$  तब  $P \cup Q$  को ज्ञात कीजिए।

If  $P = \{a, b, c\}$ ,  $Q = \{c, d, e, f\}$  then find  $P \cup Q$ .

प्रश्न 2. संचय को परिभाषित कीजिए।

Define Combination.

प्रश्न 3. प्रति-सममित को परिभाषित कीजिए।

Define Anty-Symmetric.

प्रश्न 4. द्विचर संक्रिया को समझाइए।

Define Binary Operation.

प्रश्न 5. परिमित अवस्था यंत्र को समझाइए।

Define finite State Machine.

P.T.O.

(2)

प्रश्न 6. यदि  $a_r = 1$  तब जनक फलन  $A(Z)$  ज्ञात कीजिए।

If  $a_r = 1$  then find generating function  $A(Z)$ .

प्रश्न 7. समूह के प्रतिलोम अभिगृहीत को लिखिए।

Write Inverse axiom of group.

प्रश्न 8. शून्य भाजक रहित को परिभाषित कीजिए।

Define without Zero-divisor.

प्रश्न 9. प्रतिरूपक चालक की व्याख्या कीजिए।

Explain Modular Lattice.

प्रश्न 10. बूलीय बीजगणित के लिए वितरण नियम लिखिए।

Write distributive law for Boolean Algebra.

### Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following short-answer-type questions : (3x5=15)

प्रश्न 1. गणितीय आगमन से दिखाइए कि  $\lfloor n \geq 2^n$  जहाँ  $n \geq 4$ .

Prove by mathematical induction that  $\lfloor n \geq 2^n$  for  $n \geq 4$ .

OR

भाषा  $L = \{a^x b^y ; x > y > 0\}$  के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct grammar for the language  $L = \{a^x b^y ; x > y > 0\}$ .

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिये कि यदि  $R$  संक्रमक संबंध है, तो इसका प्रतिलोम सम्बन्ध  $R^{-1}$  भी संक्रमक होगा।

If  $R$  is the transitive relation, then prove that its inverse  $R^{-1}$  will also be transitive relation.

OR

दर्शाइए कि  $k_5$  असमतलीय है।

Prove that  $k_5$  be non-planar.

(5)

OR

परिमित अवस्था यंत्र  $M$  को न्यूनतमीकृत कीजिए। जहाँ  $M$  निम्नांकित अवस्था सारणी से दिया गया है :

Minimize finite state machine  $M$ . Where  $M$  is given by the following state table :

अवस्था (State)	निवेश (Input)		निर्गम (Output)
	0	1	
$S_0$	$S_3$	$S_1$	1
$S_1$	$S_4$	$S_1$	0
$S_2$	$S_3$	$S_0$	1
$S_3$	$S_2$	$S_3$	0
$S_4$	$S_1$	$S_0$	1

प्रश्न 4. जनक फलन विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अंतर समीकरण  $a_r = 3a_{r-1}, r \geq 1$  को हल कीजिए। दिया गया परिसीमा प्रतिबंध  $a_0 = 2$  है।

Solve by the method of generating functions the recurrence relation  $a_r = 3a_{r-1}, r \geq 1$  with the boundary condition  $a_0 = 2$ .

OR

सिद्ध कीजिए कि किसी परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह की कोटि, समूह की कोटि का भाजक होती है।

Prove that the order of each subgroup of a finite group is a divisor of the group.

प्रश्न 5. तीन चरों में पूर्ण वियोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि इसका मान 1 होता है।

Find complete disjunctive normal form in three variables and show that its value is 1.

P.T.O.

(3)

प्रश्न 3. दर्शाइये कि  $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 1\}$  नियमित नहीं है।

Prove that  $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 1\}$  is not regular.

**OR**

निम्नलिखित संख्यात्मक फलन के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए :

Find the generating function of the following numeric function :

$$A(z) = \frac{1}{5 - 6z + z^2}$$

प्रश्न 4. अंतर समीकरण  $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$  को हल कीजिए।

Solve the difference equation  $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$ .

**OR**

जनक फलन विधि से निम्नलिखित अंतर समीकरण का हल ज्ञात कीजिए

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0, \text{ दिया है : } a_0 = 2, a_1 = 1$$

Solve the following difference equation by using generating function method:

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0, \text{ given that } a_0 = 2, a_1 = 1.$$

प्रश्न 5. माना कि  $a$  तथा  $b$  एक लैटिस  $(L, \leq)$  के दो अवयव हैं। दर्शाइये कि

$$a \wedge b = b \text{ यदि और केवल यदि } a \vee b = a.$$

Let  $a$  and  $b$  are two elements of a Lattice  $(L, \leq)$ . Then prove that

$$a \wedge b = b \text{ if and only if } a \vee b = a.$$

**OR**

निम्न बूलीय फलनों को संयोजतीय प्रसामान्य रूप में लिखिये :

Write the conjunctive normal form of the following Boolean function :

$$f(x, y) = x + x'y$$

(4)

**Section - 'C'**

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें।

**Answer the following long-answer-type questions : (5x5=25)**

प्रश्न 1. गणितीय आगमन विधि से दिखादए कि :

Show by mathematical induction that :

$$\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

**OR**

भाषा  $L = \{a^m b^n : m \neq n, m > n > 0\}$  के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct a grammar for the language  $L = \{a^m b^n : m \neq n, m > n > 0\}$ .

प्रश्न 2. यदि  $I$  पूर्णाकों का समुच्चय हो तथा संबंध  $xRy \Rightarrow x - y$  एक सम पूर्णाक हो तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बंध निरूपित करता है, जहाँ  $x, y \in I$

If  $I$  is the set of integers and the relations  $xRy \Rightarrow x - y$  is an even integer, then prove that  $R$  is an equivalence relation, where  $x, y \in I$ .

**OR**

मानलो  $S$  कोई अतिरिक्त समुच्चय है तथा  $P(S)$  इसका घात समुच्चय है। दर्शाइए कि  $(P(S), \subseteq)$  एक लैटिस है।

Let  $S$  be any empty set and  $P(S)$  be its power set. Show that  $(P(S), \subseteq)$  is a lattice.

प्रश्न 3. दर्शाइये कि भाषा  $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$  एक परिमित अवस्था भाषा नहीं है।

Show that the language  $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$  is not a finite state language.