

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि :

Show that :

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{4}$$

OR

जब $n \rightarrow \infty$, तो निम्न गुणनफल की सीमा ज्ञात कीजिए:

Find the limit of the following product, when $n \rightarrow \infty$:

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \frac{3}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$$

प्रश्न 4. वक्र-कुल $r = e^{a\theta}$ के लम्बकोणीय संछेदियों का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find out the equation of orthogonal trajectories of the family of curves

$$r = e^{a\theta}.$$

OR

हल कीजिए :

Solve:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = \sin 3x$$

प्रश्न 5. प्राचल विचरण से हल कीजिए:

Solve by variation of parameters:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

OR

हल कीजिए :

Solve:

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$

---x---

Code No. : S-159

Annual Examination - 2019

B.Sc. Part - I

MATHEMATICS

Paper - II

CALCULUS

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$.

प्रश्न 2. मैक्लॉरिन प्रमेय का कथन लिखिए।

Write the statement of Maclaurin's theorem.

प्रश्न 3. वक्रता त्रिज्या ज्ञात करने के लिए ध्रुवीय सूत्र लिखिए।

Write the polar formula to find the radius of curvature.

प्रश्न 4. नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात करने के लिए परीक्षण लिखिए।

Write the test for the point of inflexion.

P.T.O.

(2)

Code No. : S-159

प्रश्न 5. $\int_0^{\pi/4} \sin^4 2\theta d\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/4} \sin^4 2\theta d\theta$.

प्रश्न 6. वक्र $y = x^2$ तथा रेखा $y = x$ के बीच क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area included between the curves $y = x^2$ and the straight line $y = x$.

प्रश्न 7. अवकल समीकरण की घात और कोटि क्या होता है?

What is the order and degree of differential equation?

प्रश्न 8. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$ का विशेष हल क्या होगा?

What is the particular integral of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$?

प्रश्न 9. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x$ का पूरक फलन क्या होगा?

What is the complementary function of differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x ?$$

प्रश्न 10. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ के लिए यदि $1 + P + Q = 0$ है

तो पूरक फलन का एक समाकल लिखिए।

Write a integral of complementary function of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0, \text{ if } 1 + P + Q = 0$$

(5)

Code No. : S-159

OR

हल कीजिए :

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

Section - 'C'

निम्नांकित प्रश्नों को हल कीजिए:

Solve the following questions :

(5x5=25)

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = |x-5|$, $x=5$ पर संतत तो है परन्तु अवकलनीय नहीं है।

Show that the function $f(x) = |x-5|$ is continuous at $x=5$, but not differentiable.

OR

यदि $y = [x + \sqrt{1+x^2}]^m$, तो $(y_n)_0$ ज्ञात कीजिए।

If $y = [x + \sqrt{1+x^2}]^m$ then find $(y_n)_0$.

प्रश्न 2. वक्र $x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-1) + 1 = 0$ की अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-1) + 1 = 0.$$

OR

वक्र $y^2(2a-x) = x^3$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(2a-x) = x^3$.

P.T.O.

Section - 'B'

निम्नांकित प्रश्नों को हल कीजिए:

Solve the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{1/x}}{e^{1/x} + 1} \right)$ का मूल्यांकन कीजिए, यदि यह विद्यमान है।

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{1/x}}{e^{1/x} + 1} \right)$, if it exists.

OR

यदि $y = A \sin mx + B \cos mx$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$

If $y = A \sin mx + B \cos mx$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिए कि कैटनरी $y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right)$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या

$$\frac{y^2}{c} \text{ है।}$$

Prove that the radius of curvature at the point (x, y) of the catenary

$$y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right) \text{ is } \frac{y^2}{c}.$$

OR

वक्र $x = \log_e \left(\frac{y}{x} \right)$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the points of inflexion on the curve $x = \log_e \left(\frac{y}{x} \right)$.

P.T.O.

Section - 'B'

निम्नांकित प्रश्नों को हल कीजिए:

Solve the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{1/x}}{e^{1/x} + 1} \right)$ का मूल्यांकन कीजिए, यदि यह विद्यमान है।

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{1/x}}{e^{1/x} + 1} \right)$, if it exists.

OR

यदि $y = A \sin mx + B \cos mx$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$

If $y = A \sin mx + B \cos mx$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिए कि कैटनरी $y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right)$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या

$$\frac{y^2}{c} \text{ है।}$$

Prove that the radius of curvature at the point (x, y) of the catenary

$$y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right) \text{ is } \frac{y^2}{c}.$$

OR

वक्र $x = \log_e \left(\frac{y}{x} \right)$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the points of inflexion on the curve $x = \log_e \left(\frac{y}{x} \right)$.

P.T.O.

(4)

Code No. : S-159

प्रश्न 3. मान ज्ञात कीजिए:
Evaluate :

$$\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

OR

सिद्ध कीजिए कि वक्र $y = \log_e \sec x$ के $x=0$ से $x = \frac{\pi}{3}$ तक के चाप की लम्बाई $\log_e(2 + \sqrt{3})$ है।

Prove that the arc length of the curve $y = \log_e \sec x$ from $x=0$ to $x = \frac{\pi}{3}$ is $\log_e(2 + \sqrt{3})$.

प्रश्न 4. हल कीजिए :
Solve :

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

OR

हल कीजिए :
Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

प्रश्न 5. हल कीजिए :
Solve :

$$\frac{dx}{dt} = ny - mz ; \frac{dy}{dt} = lz - nx ; \frac{dz}{dt} = mx - ly$$

(4)

Code No. : S-159

प्रश्न 3. मान ज्ञात कीजिए:
Evaluate :

$$\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

OR

सिद्ध कीजिए कि वक्र $y = \log_e \sec x$ के $x=0$ से $x = \frac{\pi}{3}$ तक के चाप की लम्बाई $\log_e(2 + \sqrt{3})$ है।

Prove that the arc length of the curve $y = \log_e \sec x$ from $x=0$ to $x = \frac{\pi}{3}$ is $\log_e(2 + \sqrt{3})$.

प्रश्न 4. हल कीजिए :
Solve :

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

OR

हल कीजिए :
Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

प्रश्न 5. हल कीजिए :
Solve :

$$\frac{dx}{dt} = ny - mz ; \frac{dy}{dt} = lz - nx ; \frac{dz}{dt} = mx - ly$$