

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 05

Code No. : S-259

Annual Examination - 2019

B.Sc. Part - II

MATHEMATICS

Paper - II

DIFFERENTIAL EQUATIONS

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

**Note :** Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

**Section - 'A'**

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।  
**Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences.** (1x10=10)

प्रश्न 1. घात श्रेणी को परिभाषित कीजिए।

Define power series.

प्रश्न 2. नियमित फलन किसे कहते हैं?

What do you mean by regular function?

प्रश्न 3. हल कीजिए :

Solve :

$$L(e^{-2t} \sin 4t) = ?$$

प्रश्न 4. हल कीजिए :

Solve :

$$1 * \sin at = ?$$

P.T.O.

(2)

Code No. : S-259

प्रश्न 5. विशेष हल किसे कहते हैं?

What is called particular solutions?

प्रश्न 6. निम्न समीकरण का पूर्ण हल ज्ञात कीजिये :

Find the complete solution of the following equation :

$$z = px + qy + C\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

प्रश्न 7.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  का वर्गीकरण कीजिए।

Classify the equation  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .

प्रश्न 8. मोन्जे विधि से हल करने के लिए समीकरण का प्रथम प्रारूप क्या होना चाहिए?

What will be the first model for solving differential equation by Monge's method?

प्रश्न 9.  $I[y(x)]$  फलनक की रैखिकता से संबंधित शर्त को लिखिए।

Write down the condition for linearity of functional  $I[y(x)]$ .

प्रश्न 10. जैकोबी प्रतिबंध का सूत्र लिखिए।

Write down the formula of Jacobi's condition.

### Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों को हल कीजिए :

**Solve the following short-answer-type questions : (3x5=15)**

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए कि किसी स्टर्म-लियुविले समस्या के सभी आइगन मान वास्तविक होते हैं।

Prove that all the eigen values of any Sturm Liouville problems are real.

(5)

Code No. : S-259

प्रश्न 3. चारपिट विधि का उपयोग करते हुये निम्न का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए :

Find complete solution of the following using Charpit method.

$$z^2 = pqxy$$

**OR**

$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$  को हल कीजिये तथा विचित्र हल की विवेचना कीजिए।

Solve  $x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$  and discuss the singular solution.

प्रश्न 4. उस पृष्ठ का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जो समीकरण  $r + s = 0$  को

संतुष्ट करता है तथा समतल  $y = 2x + 1$  द्वारा  $z = 4x^2 + y^2$  पर बने अनुभाग को स्पर्श करता है।

Find the differential equation of the surface which satisfies  $r + s = 0$  and touches the part of  $z = 4x^2 + y^2$  by the plane  $y = 2x + 1$ .

**OR**

हल कीजिए / Solve :

$$x^2 r - 3xys + 2y^2 t + px + 2qy = x + 2y$$

प्रश्न 5.  $y = 4x^2$  एवं  $x - y = 8$  के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between curves  $y = 4x^2$  and  $x - y = 8$ .

**OR**

उन वक्रों को ज्ञात कीजिए जिन पर फलनक  $\int_0^2 \frac{x^3}{y^{1/2}} dx$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = 3$

का चरममान प्राप्त किया जा सकता है।

Find the curves in which we can get the extremum value of functional

$$\int_0^2 \frac{x^3}{y^{1/2}} dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = 3.$$

(3)

Code No. : S-259

OR

$J_{3/2}(x)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Fid the value of  $J_{3/2}(x)$ .

प्रश्न 2. निम्न का मापक्रम प्रगुण के परिवर्तन से मान ज्ञात कीजिए:

Find value using change of scale properties of the following

$$L(\cos 7t)$$

OR

$L^{-1}\left\{\frac{p}{p^2+a^2}\right\}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find value of  $L^{-1}\left\{\frac{p}{p^2+a^2}\right\}$ .

प्रश्न 3.  $z = px + qy + \log pq$  का विचित्र हल ज्ञात कीजिए।

Find singular solution of  $z = px + qy + \log pq$ .

OR

$q - p + x - y = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find general solution of  $q - p + x - y = 0$ .

प्रश्न 4. हल कीजिए / Solve :

$$t + s + q = 0$$

OR

हल कीजिए / Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

P.T.O.

(3)

Code No. : S-259

OR

$J_{3/2}(x)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Fid the value of  $J_{3/2}(x)$ .

प्रश्न 2. निम्न का मापक्रम प्रगुण के परिवर्तन से मान ज्ञात कीजिए:

Find value using change of scale properties of the following

$$L(\cos 7t)$$

OR

$L^{-1}\left\{\frac{p}{p^2+a^2}\right\}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find value of  $L^{-1}\left\{\frac{p}{p^2+a^2}\right\}$ .

प्रश्न 3.  $z = px + qy + \log pq$  का विचित्र हल ज्ञात कीजिए।

Find singular solution of  $z = px + qy + \log pq$ .

OR

$q - p + x - y = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find general solution of  $q - p + x - y = 0$ .

प्रश्न 4. हल कीजिए / Solve :

$$t + s + q = 0$$

OR

हल कीजिए / Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

P.T.O.

(4)

Code No. : S-259

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि एक समतल में दो बिन्दुओं के मध्य की लघुत्तम दूरी एक सरल रेखा होती है।

Prove that the shortest distance between any two points in a plane is a straight line.

OR

यदि  $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+y'(x)^2} dx$  तो  $I[x^2]$  ज्ञात कीजिए।

If  $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+y'(x)^2} dx$  then find  $I[x^2]$ .

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों को हल कीजिए :

Solve the following long-answer-type questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए / Prove that :

$$P_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [x \pm \sqrt{x^2-1} \cdot \cos \theta]^n d\theta$$

OR

निम्नलिखित अवकल समीकरण का फ्रोबेनियम विधि से हल ज्ञात कीजिए :

Find solution of the following differential equation by Frobenius method :

$$x^2 y'' + x^2 y' - 2y = 0$$

प्रश्न 2. हल कीजिए / Solve :

$$\int_0^t \frac{y(u)}{\sqrt{t-u}} du = 1+t+t^2$$

OR

हल कीजिए / Solve :  $\frac{d^2 y}{dt^2} + 9y = \cos 2t$

$$y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

(4)

Code No. : S-259

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि एक समतल में दो बिन्दुओं के मध्य की लघुत्तम दूरी एक सरल रेखा होती है।

Prove that the shortest distance between any two points in a plane is a straight line.

OR

यदि  $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+y'(x)^2} dx$  तो  $I[x^2]$  ज्ञात कीजिए।

If  $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+y'(x)^2} dx$  then find  $I[x^2]$ .

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों को हल कीजिए :

Solve the following long-answer-type questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए / Prove that :

$$P_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [x \pm \sqrt{x^2-1} \cdot \cos \theta]^n d\theta$$

OR

निम्नलिखित अवकल समीकरण का फ्रोबेनियम विधि से हल ज्ञात कीजिए :

Find solution of the following differential equation by Frobenius method :

$$x^2 y'' + x^2 y' - 2y = 0$$

प्रश्न 2. हल कीजिए / Solve :

$$\int_0^t \frac{y(u)}{\sqrt{t-u}} du = 1+t+t^2$$

OR

हल कीजिए / Solve :  $\frac{d^2 y}{dt^2} + 9y = \cos 2t$

$$y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$