

(6)

Code No. : S-159

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

प्रश्न 5. स्वतंत्र चर को परिभाषित करके निम्नांकित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0$$

Solve the following differential equation by changing the independent

$$\text{variable : } \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0.$$

OR

निम्न युगपत समीकरणों को हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

Solve the simultaneous equations :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0.$$

---x---

Code No. : S-159

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part - I

MATHEMATICS

Paper - II

CALCULUS

Max.Marks : 50

Min.Marks : 17

Time : 3 Hrs.

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।  
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \log x)$  का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \log x)$ .

प्रश्न 2.  $\log(ax + b)$  का  $n$  वें अवकल गुणांक को लिखिये।

Write the  $n^{\text{th}}$  differential coefficient of  $\log(ax + b)$ .

प्रश्न 3. चक्रज  $s = 4a \sin \psi$  के बिन्दु  $(s, \psi)$  पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

Find the radius of curvature of the points  $(s, \psi)$  of the cycloid  
 $s = 4a \sin \psi$ .

P.T.O.

(2)

Code No. : S-159

प्रश्न 4. वक्र  $y = x^3$  के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिये।

Find the points of inflexion of the curve  $y = x^3$ .

प्रश्न 5.  $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$ .

प्रश्न 6.  $\int_1^3 \frac{\cos(\log x)}{x} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of  $\int_1^3 \frac{\cos(\log x)}{x} dx$ .

प्रश्न 7. हल कीजिये / Solve:  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} - 4y = 0$ .

प्रश्न 8. हल कीजिये / Solve:  $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ .

प्रश्न 9. समीकरण  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$  का विशेष समाकल ज्ञात कीजिये।

Find the particular integral of the equation  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$ .

प्रश्न 10. दो चरों का रांसकियन सारणिक लिखिये।

Write the Wronskian determinant of two variables.

### Section - 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1.  $\epsilon - \delta$  तकनीक के प्रयोग से सत्यापित कीजिये :

By using  $\epsilon - \delta$  technique, verify that :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) = 15$$

(5)

Code No. : S-159

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिये कि  $y = c \cosh \frac{x}{c}$  के लिए वक्रता केन्द्र के निर्देशांक

$$\left( x - \sqrt{\frac{y^2}{c^2} - 1}, 2y \right) \text{ है।}$$

In the curve  $y = c \cosh \frac{x}{c}$ , show that the co-ordinates of the centre of curvature are given by  $\left( x - \sqrt{\frac{y^2}{c^2} - 1}, 2y \right)$ .

OR

वक्र  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$  की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Find the asymptotes of the curve  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ .

प्रश्न 3. मूल्यांकन कीजिये / Evaluate  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(1-2x^2)\sqrt{1-x^2}}$ .

OR

सिद्ध कीजिये कि / Prove that:  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx = \frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$ .

प्रश्न 4. हल कीजिये / Solve:  $(y^2 - x)dx + 2y dy = 0$

OR

हल कीजिये / Solve:  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos 3x$ .

P.T.O.

(3)

Code No. : S-159

OR

मैक्लॉरिन प्रमेय से  $\sin x$  का प्रसार कीजिये।

Expand the  $\sin x$  by Maclaurin's Theorem.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिये कि चक्रज  $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$  के किसी बिन्दु

't' पर वक्रता त्रिज्या  $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$  होती हैं।

Prove that the radius of curvature at any point 't' of the cycloid

$x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$  is  $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$ .

OR

वक्र  $x^3 + y^3 = 3axy$  पर मूल-बिन्दु की प्रकृति ज्ञात कीजिये।

Find the nature of the origin on the curve  $x^3 + y^3 = 3axy$ .

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिये कि / Prove that  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$ .

OR

परवलय  $y = x^2$  और सरलरेखा  $y = x$  के मध्य घिरे क्षेत्रफल का मान ज्ञात कीजिये।

Find the area included between the curve  $y = x^2$  and the straight line  $y = x$ .

प्रश्न 4. दर्शाइये कि  $v = \frac{A}{r} + B$  अवकल समीकरण  $\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dv}{dr} = 0$  का एक हल है।

Show that  $v = \frac{A}{r} + B$  is a solution of differential equation

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dv}{dr} = 0.$$

P.T.O.

(3)

Code No. : S-159

OR

मैक्लॉरिन प्रमेय से  $\sin x$  का प्रसार कीजिये।

Expand the  $\sin x$  by Maclaurin's Theorem.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिये कि चक्रज  $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$  के किसी बिन्दु

't' पर वक्रता त्रिज्या  $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$  होती हैं।

Prove that the radius of curvature at any point 't' of the cycloid

$x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$  is  $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$ .

OR

वक्र  $x^3 + y^3 = 3axy$  पर मूल-बिन्दु की प्रकृति ज्ञात कीजिये।

Find the nature of the origin on the curve  $x^3 + y^3 = 3axy$ .

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिये कि / Prove that  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$ .

OR

परवलय  $y = x^2$  और सरलरेखा  $y = x$  के मध्य घिरे क्षेत्रफल का मान ज्ञात कीजिये।

Find the area included between the curve  $y = x^2$  and the straight line  $y = x$ .

प्रश्न 4. दर्शाइये कि  $v = \frac{A}{r} + B$  अवकल समीकरण  $\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dv}{dr} = 0$  का एक हल है।

Show that  $v = \frac{A}{r} + B$  is a solution of differential equation

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dv}{dr} = 0.$$

P.T.O.

(4)

Code No. : S-159

हल कीजिये / Solve :  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$ .

OR

प्रश्न 5. हल कीजिये / Solve :  $(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x$ .

OR

हल कीजिये :  $\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$

Solve :  $\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$ .

Section - 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following questions :

(5x5=25)

प्रश्न 1. यदि  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ , तो सिद्ध कीजिये कि

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0 \quad \text{और} \quad इससे \quad निगमन \quad कीजिये \quad कि$$

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

If  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ , then show that  $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$  and deduce from it that  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$ .

OR

टेलर-प्रमेय का उपयोग करते हुए  $\sin x$  को  $(x - \pi/2)$  की घातों में प्रसार कीजिये।

Expand  $\sin x$  in powers of  $(x - \pi/2)$  by Taylor's theorem.

(4)

Code No. : S-159

हल कीजिये / Solve :  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$ .

OR

प्रश्न 5. हल कीजिये / Solve :  $(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x$ .

OR

हल कीजिये :  $\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$

Solve :  $\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$ .

Section - 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following questions :

(5x5=25)

प्रश्न 1. यदि  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ , तो सिद्ध कीजिये कि

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0 \quad \text{और} \quad इससे \quad निगमन \quad कीजिये \quad कि$$

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

If  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ , then show that  $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$  and deduce from it that  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$ .

OR

टेलर-प्रमेय का उपयोग करते हुए  $\sin x$  को  $(x - \pi/2)$  की घातों में प्रसार कीजिये।

Expand  $\sin x$  in powers of  $(x - \pi/2)$  by Taylor's theorem.