

(6)

Code No. : S-160

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

एक शंकु को निरूपित करता है यदि :

Represents a cone if :

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$$

प्रश्न 5. दर्शाइये कि पृष्ठ  $yz + zx + xy = a^2$  का समतल  $lx + my + nz = p$  द्वारा प्रतिच्छेद एक परवलय होगा, यदि  $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$

Show that the section of surface  $yz + zx + xy = a^2$  by the plane  $lx + my + nz = p$  will be a parabola, if  $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$ .

OR

अतिपरवलयज :  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  के उस जनक रेखा का समीकरण ज्ञात

कीजिए, जो बिन्दु  $(2, 3, -4)$  से होकर जाता है।

Find the equations of the generating lines of the hyperboloid :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1 \text{ which passes through the point } (2, 3, -4)$$

---x---

Code No. : S-160

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part-I

MATHEMATICS

Paper - III

VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।  
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. सदिश  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  के प्रतिलोम सदिश लिखिए।

Write Reciprocal system of vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots$

प्रश्न 2. स्पर्श समतल की परिभाषा लिखिए।

Define Tangent plane.

प्रश्न 3. आघूर्ण सदिश की परिभाषा लिखिए।

Write the definition of Irrotational vector.

प्रश्न 4. पृष्ठ के आर-पार फ्लक्स को परिभाषित कीजिए।

Define Flux across a surface.

P.T.O.

प्रश्न 5. दो वृत्तों के लम्बकोणीय प्रतिच्छेदन का प्रतिबन्ध लिखिए।

Write the condition of orthogonality of two circles.

प्रश्न 6. नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिये।

Define Director circle.

प्रश्न 7. लम्ब प्रक्षेप की परिभाषा लिखिए।

Write the definition of Perpendicular projection.

प्रश्न 8. लम्ब वृत्तीय शंकु की परिभाषा लिखिए।

Define Right circular cone.

प्रश्न 9. प्रतिबन्ध लिखिए जब समतल  $lx + my + nz = p$

संकेन्द्र शांकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  का स्पर्शतल हो।

Write the condition when plane  $lx + my + nz = p$  touch the concentric

conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ .

प्रश्न 10. केन्द्रीय समतल प्रतिच्छेदों का क्षेत्रफल क्या होता है?

What is the area of central plane sections?

### Section - 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें :

Answer the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1. यदि  $\vec{r} = \cos nt \hat{i} + \sin nt \hat{j}$  तो सिद्ध कीजिये कि :  $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -n^2 \vec{r}$

If  $\vec{r} = \cos nt \hat{i} + \sin nt \hat{j}$  then prove that :  $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -n^2 \vec{r}$

OR

सिद्ध कीजिए / Prove that :  $\text{div}(\text{curl } \vec{F}) = 0$

प्रश्न 2.  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ  $\vec{F} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$  तथा C

वक्र  $\vec{r} = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$  है जहाँ t, -1 से 1 तक बदलता है।

OR

स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन  $F = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  के लिए कीजिए, जबकि समाकल को  $x = \pm a, y = 0, y = b$  से बने आयतन के परितः लिया गया है।

Verify Stoke's theorem for  $F = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  taken round the rectangle bounded by  $x = \pm a, y = 0, y = b$ .

प्रश्न 3. वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि दो वृत्त एक दूसरे को लम्बवत् प्रतिच्छेदित करते हैं।

Find the condition that the two circles intersect each other orthogonally.

OR

सिद्ध कीजिए कि शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  पर स्थित दो बिन्दु जिनके दैशिक

कोण  $\alpha$  एवं  $\beta$  हैं, एक व्यास के सिरे होंगे यदि :  $\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{e+1}{e-1}$

Prove that two points on the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  whose vectorial angles are  $\alpha$  and  $\beta$  respectively, will be the extremities of a diameter if :

$$\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{e+1}{e-1}$$

प्रश्न 4. गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो गोलों  $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 2z = 0$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y - z + 10 = 0$ , के समाक्ष है और बिन्दु (0, 1, 2) से होकर जाता है।

Find the equation of the sphere which is coaxial with the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 2z = 0$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y - z + 10 = 0$ , and passes through the point (0, 1, 2).

OR

सिद्ध कीजिए कि समीकरण / Prove that the equation :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

(3)

Code No. : S-160

Evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  where  $\vec{F} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$  and C is the curve

$\vec{r} = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$ , t varying from -1 to 1.

OR

$\iint_S \vec{F} \cdot ndS$  का मान निकालिए, जहाँ  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$  तथा S घन का पृष्ठ है जो कि समतलों  $x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$  से घिरा हुआ है।

Evaluate  $\iint_S \vec{F} \cdot ndS$ , where S is the surface of the cube bounded by planes

$x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$  and  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$

प्रश्न 3. एक वृत्त, एक आयताकार अतिपरवलय  $xy=1$  को  $(x_r, y_r); r=1, 2, 3, 4$  पर काटता है तो सिद्ध कीजिए कि  $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$

A circle cuts the rectangular hyperbola  $xy=1$  in the points  $(x_r, y_r)$ ,  $r=1, 2, 3, 4$  then prove that  $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$

OR

शांकव  $x^2 + 2y^2 = 2$  से संनाभि शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 1) से होकर जाता है।

Find the conic confocal with the conic  $x^2 + 2y^2 = 2$  which passes through the point (1, 1).

प्रश्न 4. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (0, 0, 3) और आधार वक्र, वृत्त  $x^2 + y^2 = 4, z=0$  है।

Find the equation of the cone whose vertex is (0, 0, 3) and base is the circle  $x^2 + y^2 = 4, z=0$ .

P.T.O.

(3)

Code No. : S-160

Evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  where  $\vec{F} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$  and C is the curve

$\vec{r} = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$ , t varying from -1 to 1.

OR

$\iint_S \vec{F} \cdot ndS$  का मान निकालिए, जहाँ  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$  तथा S घन का पृष्ठ है जो कि समतलों  $x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$  से घिरा हुआ है।

Evaluate  $\iint_S \vec{F} \cdot ndS$ , where S is the surface of the cube bounded by planes

$x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$  and  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$

प्रश्न 3. एक वृत्त, एक आयताकार अतिपरवलय  $xy=1$  को  $(x_r, y_r); r=1, 2, 3, 4$  पर काटता है तो सिद्ध कीजिए कि  $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$

A circle cuts the rectangular hyperbola  $xy=1$  in the points  $(x_r, y_r)$ ,  $r=1, 2, 3, 4$  then prove that  $x_1x_2x_3x_4 = y_1y_2y_3y_4 = 1$

OR

शांकव  $x^2 + 2y^2 = 2$  से संनाभि शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 1) से होकर जाता है।

Find the conic confocal with the conic  $x^2 + 2y^2 = 2$  which passes through the point (1, 1).

प्रश्न 4. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (0, 0, 3) और आधार वक्र, वृत्त  $x^2 + y^2 = 4, z=0$  है।

Find the equation of the cone whose vertex is (0, 0, 3) and base is the circle  $x^2 + y^2 = 4, z=0$ .

P.T.O.

(4)

Code No. : S-160

OR

गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$  के अन्वालोपी बेलन, जिसके जनक रेखा  $x = y = z$  के समान्तर है, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the enveloping cylinder of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$  having its generators parallel to the line  $x = y = z$

प्रश्न 5. दर्शाइये कि प्रत्येक निकाय का एक जनक अति परवलयज के प्रत्येक बिन्दु से जाता है।

Show that one generator of each system passes through every point of the hyperboloid.

OR

समीकरण का समानयन प्रमाणिक रूप में कीजिए :

Reduce the equation to the standard form :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

Section - 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें :

Answer the following questions :

(5x5=25)

प्रश्न 1. दर्शाइये कि / Show that :  $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{r} = \vec{u}$

OR

सिद्ध करो कि / Show that :  $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

प्रश्न 2. मूल्यांकन कीजिए,  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$  जहाँ S शंकु  $x^2 + y^2 = z^2$  और समतल  $z=1$  से परिबद्ध संवृत पृष्ठ है।

Evaluate  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$  where S is the closed surface bounded by the curve  $x^2 + y^2 = z^2$  and the plane  $z = 1$ .

(4)

Code No. : S-160

OR

गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$  के अन्वालोपी बेलन, जिसके जनक रेखा  $x = y = z$  के समान्तर है, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the enveloping cylinder of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$  having its generators parallel to the line  $x = y = z$

प्रश्न 5. दर्शाइये कि प्रत्येक निकाय का एक जनक अति परवलयज के प्रत्येक बिन्दु से जाता है।

Show that one generator of each system passes through every point of the hyperboloid.

OR

समीकरण का समानयन प्रमाणिक रूप में कीजिए :

Reduce the equation to the standard form :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

Section - 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें :

Answer the following questions :

(5x5=25)

प्रश्न 1. दर्शाइये कि / Show that :  $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{r} = \vec{u}$

OR

सिद्ध करो कि / Show that :  $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

प्रश्न 2. मूल्यांकन कीजिए,  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$  जहाँ S शंकु  $x^2 + y^2 = z^2$  और समतल  $z=1$  से परिबद्ध संवृत पृष्ठ है।

Evaluate  $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$  where S is the closed surface bounded by the curve  $x^2 + y^2 = z^2$  and the plane  $z = 1$ .