

(6)

Code No. : S-259

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

Find the extremum of the following functional

$$V = \int_0^{\pi/2} (x_1'^2 + x_2'^2 + 2x_1x_2) dt \text{ within the boundary conditions}$$

$$x_1(0) = 0, x_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, x_2(0) = 0, x_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

---X---

Code No. : S-259

Annual Examination - 2018

B.Sc.-II

MATHEMATICS

Paper - II

DIFFERENTIAL EQUATION

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. फलन $2t^2 - e^{-t}$ का लाप्लास रूपांतर लिखिए।

Write the Laplace Transform of the function $2t^2 - e^{-t}$.

प्रश्न 2. शून्य फलन किसे कहते हैं?

What is null function?

प्रश्न 3. a तथा b का विलोपन करके निम्न का आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए:

Find the partial differential equation by elimination of a and b from:

$$z = (x - a)^2 + (y - b)^2$$

प्रश्न 4. $q = pq + p^2$ का पूर्ण हल लिखिए।

Write the complete solution of $q = pq + p^2$.

P.T.O.

(2)

Code No. : S-259

प्रश्न 5. अवकल समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कीजिए :

Classify the differential equation : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

प्रश्न 6. $(D^2 + (D^1)^2 - n^2)z = 0$ का पूरक फलन लिखिए।

Write the complementary function of $(D^2 + (D^1)^2 - n^2)z = 0$

प्रश्न 7. विचित्र बिन्दु क्या है?

What is singular point?

प्रश्न 8. रोड्रिगेज सूत्र लिखिये।

Write Rodrigue's formula.

प्रश्न 9. कोणांक फलन का विचरण क्या है?

What is the variation of Argument functions?

प्रश्न 10. वाइस्ट्रास फलन क्या है?

What is Weirstrass function?

Section - 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

Answer the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1. मान ज्ञात कीजिए :

Find value of:

$$L(e^t \cdot \cos^2 t)$$

OR

संवलन प्रमेय का उपयोग कर मान ज्ञात कीजिए :

Find the value of the following using convolution Theorem : $(t-1) * t^2$

प्रश्न 2. हल कीजिए / Solve:

$$x(y^2 + z)p - y(x^2 + z)q = z(x^2 - y^2)$$

(5)

Code No. : S-259

प्रश्न 3. मोन्जे विधि से हल कीजिए :

Solve by Monge's method :

$$pt - qs = q^3$$

OR

हल कीजिए :

Solve :

$$(D + D^1 - 1)(D + 2D^1 - 3)z = 2x + 3y$$

प्रश्न 4. संबंध को स्थापित कीजिए:

Establish the relation :

$$\int_0^{\pi/2} J_1(z \cos \theta) d\theta = \frac{1 - \cos z}{z}$$

OR

लेजान्ड्रे फलन के लिए क्रिस्टोफल संकलन सूत्र लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State & prove Christoffel summation formula for Legendre functions.

प्रश्न 5. वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ तथा सरलरेखा $x + y = 4$ के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the minimum distance between circle $x^2 + y^2 = 1$ and straight line : $x + y = 4$

OR

फलनक $V = \int_0^{\pi/2} (x_1'^2 + x_2'^2 + 2x_1 x_2) dt$ के चरम को निम्न परिसीमा

प्रतिबंध $x_1(0) = 0$, $x_1(\frac{\pi}{2}) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_2(\frac{\pi}{2}) = -1$ के अंतर्गत ज्ञात कीजिए।

(3)
OR

Code No. : S-259

पूर्व समाकल ज्ञात कीजिए :
Find complete integral of :

$$z^2(p^2z^2 + q^2) = 1$$

प्रश्न 3. हल कीजिए:
Solve :

$$4r - 4s + t = 16 \log(x + 2y)$$

OR

हल कीजिए:
Solve :

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial y^2}$$

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि :
Prove that :

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)(P_n')^2 dx = \frac{2n(n+1)}{2n+1}$$

OR

दर्शाइये कि :
Show that :

$$\int_0^\infty x^{n+1} J_n(x) dx = x^{n+1} J_{n+1}(x)$$

प्रश्न 5. निम्न वक्र की निकटता का अन्वेषण कीजिए :
Explain about closeness of the following curve :

$$y(x) = \frac{\sin^2 nx}{n}, y_1(x) = 0, \text{ पर } [0, \pi]$$

P.T.O.

(3)
OR

Code No. : S-259

पूर्व समाकल ज्ञात कीजिए :
Find complete integral of :

$$z^2(p^2z^2 + q^2) = 1$$

प्रश्न 3. हल कीजिए:
Solve :

$$4r - 4s + t = 16 \log(x + 2y)$$

OR

हल कीजिए:
Solve :

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial y^2}$$

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि :
Prove that :

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)(P_n')^2 dx = \frac{2n(n+1)}{2n+1}$$

OR

दर्शाइये कि :
Show that :

$$\int_0^\infty x^{n+1} J_n(x) dx = x^{n+1} J_{n+1}(x)$$

प्रश्न 5. निम्न वक्र की निकटता का अन्वेषण कीजिए :
Explain about closeness of the following curve :

$$y(x) = \frac{\sin^2 nx}{n}, y_1(x) = 0, \text{ पर } [0, \pi]$$

P.T.O.

(4)
OR

Code No. : S-259

क्या $A(0,0)$ तथा $B(a,0)$ से होकर जाने वाले फलनक

$I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध संतुष्ट होता है।

Passing through $A(0,0)$ and $B(a,0)$.

Functional $I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ is the functional satisfies Jacobi condition for extremum.

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

Answer the following questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. समाकल समीकरण को हल कीजिए।

Solve the integral equation $F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t \cos(t-u) \cdot F(u) du$.

OR

हल कीजिए $(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$, $y = -1$ और $Dy = 2$ जब $t = 0$

Solve $(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$, $y = -1$ and $Dy = 2$, when $t = 0$

प्रश्न 2. अवकल समीकरण $z = px + qy + p^2 q^2$ का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए। विचित्र हल भी ज्ञात कीजिए।

Find complete solution of differential equation $z = px + qy + p^2 q^2$. Also find singular solution.

OR

चारपीट विधि से हल कीजिए :

Solve by Charpit Method :

$$z = pq$$

(4)
OR

Code No. : S-259

क्या $A(0,0)$ तथा $B(a,0)$ से होकर जाने वाले फलनक

$I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध संतुष्ट होता है।

Passing through $A(0,0)$ and $B(a,0)$.

Functional $I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ is the functional satisfies Jacobi condition for extremum.

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

Answer the following questions : (5x5=25)

प्रश्न 1. समाकल समीकरण को हल कीजिए।

Solve the integral equation $F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t \cos(t-u) \cdot F(u) du$.

OR

हल कीजिए $(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$, $y = -1$ और $Dy = 2$ जब $t = 0$

Solve $(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$, $y = -1$ and $Dy = 2$, when $t = 0$

प्रश्न 2. अवकल समीकरण $z = px + qy + p^2 q^2$ का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए। विचित्र हल भी ज्ञात कीजिए।

Find complete solution of differential equation $z = px + qy + p^2 q^2$. Also find singular solution.

OR

चारपीट विधि से हल कीजिए :

Solve by Charpit Method :

$$z = pq$$