

(6)

Code No. : S-260

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

A particle acted on by a central force $\frac{\mu}{r^3}$ is projected with velocity $\sqrt{\mu}/a$ at an angle $\pi/4$ with its initial distance 'a' from the centre of force. Prove that the orbit is $r = a e^{-\theta}$

प्रश्न 4. एक कक्ष चक्रज का आधार क्षैतिज है और शीर्ष नीचे की ओर है। इस पर एक मनके के सरकने की गति की व्याख्या कीजिए।

The base of a rough cycloidal arc is horizontal and vertex downwards. Discuss the motion of a bead down the arc.

OR

एक समतलीय वक्र पर गतिमान किसी कण के स्पर्शी एवं अभिलंबिक त्वरण, गति के पूरे समय अचर रहता है। दिखाइए कि t समय पर वक्रता त्रिज्या $\rho = (at + b)^2$ होगी।

If the tangential and normal acceleration of a particle describing a plane curve be constant throughout the motion, prove that the radius of curvature at any instant t is given by $\rho = (at + b)^2$.

प्रश्न 5. एक कण आकाश में अचर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में ऐसे माध्यम में गिरता है जिसमें प्रतिरोधी बल उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है। तब वेग व समय तथा दूरी व समय में संबंध ज्ञात कीजिए।

A particle falls under gravity in a resisting medium whose resistance varies at the square of the velocity. Find relation between velocity and time and distance and time.

OR

केवल पृष्ठ के दबाव के अंतर्गत (अन्य कोई बल नहीं) एक कण एक चिकने गोले पर गतिमान है। दिखाइए कि इसका पथ समीकरण $\cot \theta = \cot \beta \cdot \cos \phi$ द्वारा प्राप्त होगा जहाँ θ तथा ϕ कण के कोणीय निर्देशांक हैं।

A particle moves on a smooth sphere under no forces except the pressure of the surface. Show that its path is given by the equation $\cot \theta = \cot \beta \cdot \cos \phi$, where θ and ϕ are its angular co-ordinates.

---x---

Code No. : S-260

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part - II

MATHEMATICS

Paper - III

MECHANICS

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर दें।

Answer the following very short answer type questions. (1x10=10)

- प्रश्न 1. कैटेनरी के लिए S तथा Y में संबंध लिखिए।
Write the relation between S and Y for Catenary.
- प्रश्न 2. समतलीय बलों के लिए साम्य-अवस्था का प्रतिबंध लिखिए।
Write Condition of equilibrium for Co-planer forces.
- प्रश्न 3. शून्य समतल किसे कहते हैं?
What are null planes?
- प्रश्न 4. बल निकाय के अवयव व डाइनेम को परिभाषित कीजिए।
Define elements and dynamism of system of forces.
- प्रश्न 5. आवर्तकाल को परिभाषित कीजिए।
Define period time.
- प्रश्न 6. कण का प्रक्षेप्य पथ क्या होता है?
What is projectile path of particle?

P.T.O.

प्रश्न 7. स्पर्शीय त्वरण को परिभाषित कीजिए।

Define tangential acceleration.

प्रश्न 8. अन्वागत वेग क्या होता है?

What is velocity from infinity?

प्रश्न 9. आकाश में स्थित बिंदु का ध्रुवीय निर्देशांक क्या होता है?

What is polar co-ordinate of particle in space?

प्रश्न 10. अंतिम वेग को परिभाषित कीजिए।

Define terminal velocity.

Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें :-

Answer the following short-answer-type questions :- (5x5=25)

प्रश्न 1. दिखाइये कि यदि एक सिराविहीन डोरी का दो तिहाई भाग 'a' त्रिज्या वाली एक वृत्तीय घिरनी के सम्पर्क में रहते हुए लटक रही है, तब उसकी लंबाई

$$a \left(\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} + 4\pi/3 \right) \text{ होगी।}$$

Show that the length of an endless string which will hang over a circular pulley of radius 'a' so as to be in contact with two third of the circumference of the pulley is

$$a \left(\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} + 4\pi/3 \right)$$

OR

$x = 0, y = 0$ तथा $3x+4y = 5$ समीकरणों से निरूपित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश क्रमशः बल P, 2P व 3P क्रिया करते हैं। परिणामी बल का परिमाण तथा क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Forces P, 2P and 3P act along the sides of a triangle formed by the lines $x = 0, y = 0$ and $3x+4y = 5$. Find the magnitude of resultant and its line of action.

प्रश्न 2. दो बल क्रमशः सरल रेखाओं $y = 0, z = 0$, तथा $x = 0, z = c$ पर क्रिया करते हैं। यदि बल परिवर्तनीय हो तब दिखाइये कि उनके तुल्य रेंच का अक्ष पृष्ठ $(x^2 + y^2) z = cy^2$ जनित करेगा।

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें :-

Answer the following long-answer-type questions :- (8x5=40)

प्रश्न 1. कैटेनरी का कार्तीय समीकरण व्युत्पन्न कीजिए।

Derive Cartesian equation of catenary.

OR

एक चिकनी दीवार से टिकी हुई $2a$ लंबाई की एक समांग छड़ साम्यावस्था में है तथा उसका एक बिंदु दीवार से 'b' दूरी पर स्थित एक चिकनी खूंटी पर टिका है। सिद्ध कीजिए कि साम्यावस्था में छड़ दीवार से $\sin^{-1}(b/a)^{1/3}$ का कोण बनाएगी।

A uniform beam of length $2a$ rests in equilibrium against a smooth vertical wall and upon a peg at a distance 'b' from the wall. Show that the inclination of the beam to the vertical is $\sin^{-1}(b/a)^{1/3}$.

प्रश्न 2. केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find equation of central axis.

OR

P परिमाण के छः बल एक घनाभ की चक्रीय क्रम में ली गई उन भुजाओं पर क्रिया करते हैं, जो एक दत्त विकर्ण को नहीं काटती है। दिखाइए कि उनका परिणामी बल $2\sqrt{3} P.a$ आघूर्ण वाला एक बलयुग्म होगा, जहाँ 'a' घनाभ की एक कोर की लंबाई है।

Six forces, each equal to P, act along the edges of a cube taken in order, which do not meet a given diagonal. Show that their resultant is a couple of moment $2\sqrt{3} P.a$, where 'a' is the edge of the cube.

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप्य पथ एक परवलय होता है।

Show that path of a projectile is a parabola.

OR

एक कण केन्द्रीय बल $\frac{\mu}{r^3}$ के प्रभाव में आदि रेखा से $\pi/4$ कोण बनाने वाली दिशा में बल केन्द्र से a दूरी पर स्थित बिंदु से $\sqrt{\mu}/a$ वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। दिखाइए कि इसकी कक्षा का समीकरण $r = a e^{-\theta}$ है।

(3)

Code No. : S-260

Two forces act, one along a line $y = 0, z = 0$, and other along the line $x = 0, z = c$. As the forces vary, Show that the surface generated by the axis of their equivalent corench is $(x^2 + y^2) z = cy^2$

OR

बल निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x+y+z = 0$ का शून्य विक्षेप बिंदु ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the force system (X, Y, Z, L, M, N)

प्रश्न 3. यदि प्रक्षेप्य पथ के किसी नाभिगत जीवा के सिरों पर प्रक्षेप्य का वेग v_1 तथा v_2

हो तथा उसके शीर्ष पर प्रक्षेप्य का वेग u हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{u^2}$

If v_1 and v_2 be the velocities at extremities at the ends of a total chord of a projectile's path and u , the velocity at the vertex of the path, then

show that $\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{u^2}$

OR

एक कण a आयाम तथा T आवर्तकाल का सरल आवर्त गति में गतिमान है तब v के लिए मान ज्ञात कीजिए :

(1) a, T तथा x के पदों में

(2) a, T और t के पदों में

तथा सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

A particle oscillates with S.H.M of amplitude a and periodic time T . Find the expression of the velocity v in terms of :

(i) a, T and x (ii) a, T and t also prove that

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

प्रश्न 4. ध्रुव की ओर लगने वाले केन्द्रीय बल का नियम ज्ञात कीजिए जबकि कण निम्न वक्र पर गतिमान हो

$$r^n \cos n\theta = a^n$$

P.T.O.

(3)

Code No. : S-260

Two forces act, one along a line $y = 0, z = 0$, and other along the line $x = 0, z = c$. As the forces vary, Show that the surface generated by the axis of their equivalent corench is $(x^2 + y^2) z = cy^2$

OR

बल निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x+y+z = 0$ का शून्य विक्षेप बिंदु ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the force system (X, Y, Z, L, M, N)

प्रश्न 3. यदि प्रक्षेप्य पथ के किसी नाभिगत जीवा के सिरों पर प्रक्षेप्य का वेग v_1 तथा v_2

हो तथा उसके शीर्ष पर प्रक्षेप्य का वेग u हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{u^2}$

If v_1 and v_2 be the velocities at extremities at the ends of a total chord of a projectile's path and u , the velocity at the vertex of the path, then

show that $\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{u^2}$

OR

एक कण a आयाम तथा T आवर्तकाल का सरल आवर्त गति में गतिमान है तब v के लिए मान ज्ञात कीजिए :

(1) a, T तथा x के पदों में

(2) a, T और t के पदों में

तथा सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

A particle oscillates with S.H.M of amplitude a and periodic time T . Find the expression of the velocity v in terms of :

(i) a, T and x (ii) a, T and t also prove that

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

प्रश्न 4. ध्रुव की ओर लगने वाले केन्द्रीय बल का नियम ज्ञात कीजिए जबकि कण निम्न वक्र पर गतिमान हो

$$r^n \cos n\theta = a^n$$

P.T.O.

(4)

Code No. : S-260

Find the law of force to the pole when on a particle describes the following curves.

$$r^n \cos n\theta = a^n$$

OR

एक चक्रण पर गतिमान एक कण के वेग की दिशा के परिवर्तन की दर अचर है। सिद्ध कीजिए कि उसका त्वरण अचर परिमाण का होगा।

The rate of change of direction of velocity of particle moving in a cycloid is constant. Prove that acceleration must be constant in magnitude.

प्रश्न 5. एक कण विश्राम अवस्था में उर्द्धावरतः नीचे की ओर गिरना प्रारंभ करता है। जहाँ माध्यम का प्रतिरोध प्रति इकाई संहति पर kv^2 है। सिद्ध कीजिए कि t समय

में गिरी दूरी $\frac{1}{k} \log \cosh(t\sqrt{gk})$ होगी।

A particle falls from rest in a medium in which the resistance is kv^2 per unit mass. Prove that the distance fallen in time t is :

$$\frac{1}{k} \log \cosh(t\sqrt{gk})$$

OR

एक कण एक चिकने शंकु के भीतरी पृष्ठ पर गतिमान है जहाँ शंकु का शीर्ष कोण 2α है। इस पर शीर्ष की तरफ एक बल क्रिया करता है तथा इसकी गति की दिशा जनक रेखाओं को हमेशा अचर कोण β पर काटती है। इसकी गति तथा लगने वाले बल को ज्ञात कीजिए।

A particle moves on the inner surface of a smooth cone, of vertical angle 2α being acted on by a force towards the vertex of the cone and its distance of motion always cuts the generators at a constant angle β . Find the motion and the force.

(4)

Code No. : S-260

Find the law of force to the pole when on a particle describes the following curves.

$$r^n \cos n\theta = a^n$$

OR

एक चक्रण पर गतिमान एक कण के वेग की दिशा के परिवर्तन की दर अचर है। सिद्ध कीजिए कि उसका त्वरण अचर परिमाण का होगा।

The rate of change of direction of velocity of particle moving in a cycloid is constant. Prove that acceleration must be constant in magnitude.

प्रश्न 5. एक कण विश्राम अवस्था में उर्द्धावरतः नीचे की ओर गिरना प्रारंभ करता है। जहाँ माध्यम का प्रतिरोध प्रति इकाई संहति पर kv^2 है। सिद्ध कीजिए कि t समय

में गिरी दूरी $\frac{1}{k} \log \cosh(t\sqrt{gk})$ होगी।

A particle falls from rest in a medium in which the resistance is kv^2 per unit mass. Prove that the distance fallen in time t is :

$$\frac{1}{k} \log \cosh(t\sqrt{gk})$$

OR

एक कण एक चिकने शंकु के भीतरी पृष्ठ पर गतिमान है जहाँ शंकु का शीर्ष कोण 2α है। इस पर शीर्ष की तरफ एक बल क्रिया करता है तथा इसकी गति की दिशा जनक रेखाओं को हमेशा अचर कोण β पर काटती है। इसकी गति तथा लगने वाले बल को ज्ञात कीजिए।

A particle moves on the inner surface of a smooth cone, of vertical angle 2α being acted on by a force towards the vertex of the cone and its distance of motion always cuts the generators at a constant angle β . Find the motion and the force.