

(4)
OR

Code No. : S-359

दर्शाइये कि एक R-माड्यूल M के किन्ही दो उपमाड्यूलों का रैखिक योग भी M का एक उपमाड्यूल होता है।

Show that the linear sum of any two submodules of an R-module M is also a submodule.

- प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के क्षेत्र R पर एक समतल के सभी सदिशों का समुच्चय सदिश योग और गुणन के सापेक्ष एक सदिश समष्टि होता है।
Prove that the set of all vectors in a plane is vector space with respect to addition and multiplication over the field R of real numbers.

OR

जाँच कीजिए कि सदिशों (2,3,1), (-1,4,-2) एवं (1,18,-4) का समुच्चय सदिश समष्टि $V_3(R)$ में रैखिकतः स्वतंत्र है या परतंत्र।

Examine whether the set of vectors (2,3,1), (-1,4,-2) and (1,18,-4) is linearly independent or dependent in $V_3(R)$.

- प्रश्न 4. दर्शाइये कि किसी समाकारिता की अष्टि सदिश समष्टि V(F) की सदिश उपसमष्टि होती है।
Show that the kernel of a homomorphism is a subspace of vector space V(F).

OR

निम्नलिखित आव्यूह के आइगेन मानों और संगत आइगेन सदिशों का निर्धारण कीजिए :
Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- प्रश्न 5. किसी आन्तर गुणन समष्टि V(F) में सिद्ध कीजिए कि :
Prove that in an inner product space: V(F)
(i) $(a\alpha - b\beta, \gamma) = a(\alpha, \gamma) - b(\beta, \gamma)$

(ii) $(\alpha, a\beta + b\gamma) = \bar{a}(\alpha, \beta) + \bar{b}(\alpha, \gamma)$

OR

माना कि W एक परिमित विमीय आन्तर गुणन समाष्टि V की कोई उपसमष्टि है तब दर्शाइये कि : $V = W \oplus W^\perp$

Let W be any subspace of a finite dimensional inner product space V, then show that : $V = W \oplus W^\perp$

---x---

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 04

Code No. : S-359

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part - III

MATHEMATICS

Paper - II

ABSTRACT ALGEBRA

Max.Marks : 50

Min.Marks : 17

Time : 3 Hrs.

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

- प्रश्न 1. उस समूह का नाम लिखिए जिसमें प्रत्येक समूह चक्रीय समूहों का सरल गुणनफल होता है।
Name the group in which every group is the direct product of cyclic groups.
- प्रश्न 2. समूह G को केन्द्र को परिभाषित कीजिये।
Define Centre of a group G.
- प्रश्न 3. सम्मिश्र संख्याओं का वलय $(C, +, \cdot)$ एक है।
The ring of complex numbers $(C, +, \cdot)$ is an
- प्रश्न 4. वलय R पर बहुपद वलय $R[x]$ को परिभाषित कीजिये।
Define polynomial ring $R[x]$ over ring R.
- प्रश्न 5. रैखिकतः स्वतंत्र समुच्चय के रूप में किसे परिभाषित किया जाता है?
What can be defined as linearly independent set?
- प्रश्न 6. सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिये।
Define vector space.

P.T.O.