

(6)

Code No. : S-360

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

प्रश्न 9. निम्न बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में बदलिये :

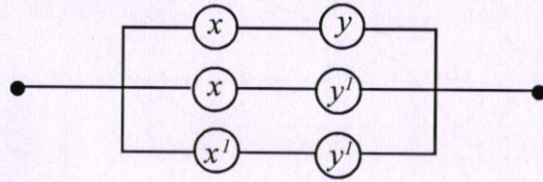
Change the following Boolean function to conjunctive normal form :

$$f(x, y, z, t) = (x^1 \cdot y + x \cdot y \cdot z^1 + x \cdot y^1 \cdot z + x^1 \cdot y^1 \cdot z^1 \cdot t + t^1)^1$$

OR

निम्नांकित आलेख के तुल्य सरल परिपथ का निर्माण कीजिये और सत्यापन तालिकाओं से तुल्य परिपथों का सत्यापन भी कीजिये :

Draw a simpler circuit for the following diagram and verify the equivalent circuits by truth tables :



---X---

Code No. : S-360

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part - III

MATHEMATICS

Paper - III

DISCRETE MATHEMATICS

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

टीप : खण्ड 'अ' में दस अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघूत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अतिलघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

प्रश्न 1. गणितीय आगमन विधि से निम्न का मान होगा:-

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3$$

Find the value of $1^3 + 2^3 + \dots + n^3$, by Mathematical induction method.

प्रश्न 2. शब्द ALLAHABAD में नौ अक्षरों को कितने प्रकार से विन्यास किया जा सकता है।

How many way are there to arrange the nine letters in the word ALLAHABAD.

प्रश्न 3. क्या प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय में संबंध "छोटा है", संकमक है?

Is the relation "is less than" transitive in the set of natural numbers?

P.T.O.

(2)

Code No. : S-360

प्रश्न 4. दर्शाइये कि 13 व्यक्तियों में, कम से कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिनका जन्म एक ही महीने में होना चाहिये।

Show that among 13 people, there are at least two people who were born in the same month.

प्रश्न 5. परिमित अवस्था यंत्र की परिभाषा लिखिये।

Write the definition of finite state machine.

प्रश्न 6. विविक्त संख्यात्मक फलन के लिये जनक ज्ञात कीजिए—

Write the generating function of the following discrete numeric functions
 $1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots, (-1)^r(r+1), \dots$

प्रश्न 7. निम्नलिखित अंतर समीकरण का समघात हल कीजिए—

Solve the following homogenous recurrence relation

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}$$

प्रश्न 8. गुणात्मक समूह $G = \{1, -1, i, -i\}$ चक्रीय होता है तो इसका जनक लिखिए।

The multiplicative group $G = \{1, -1, i, -i\}$ is cyclic. Write the generator of group G.

प्रश्न 9. लैटिस की परिभाषा लिखिये।

Write the definition of Lattice.

प्रश्न 10. बूलीय फलन का वियोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिए—

Write the disjunctive normal form of Boolean function

$$f(x, y) = x + x' \cdot y.$$

Section - 'B'

निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 150–200 शब्द सीमा में दें
Answer the following short-answer-type questions with word limit 150-200 (3x5=15)

प्रश्न 1. भाषा $L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$ के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct a grammar for the language $L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$.

OR

दो पासों के फेंकने पर उनके उपरिफलक पर आने वाले अंको का योगफल 7 या 8 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two dice are thrown, find the probability that the sum of faces is 7 or 8.

(5)

Code No. : S-360

प्रश्न 2. मानलो (L, \leq) एक जालक है तब किन्हीं $a, b, c \in L$ के लिये सत्य है।

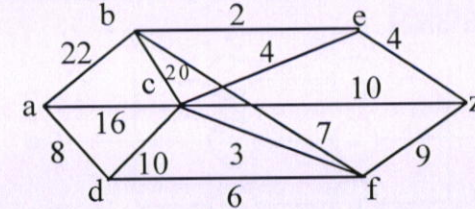
Let (L, \leq) be a Lattice. Then for any $a, b, c \in L$ the following inequalities holds.

(i) $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$. (ii) $a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c)$.

OR

निम्नांकित भारित आरेख में a से z तक का लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिये।

Find the shortest path between a and z in the following weighted graph.



प्रश्न 3. दर्शाइये कि भाषा $L \{a^k b^k \mid K \geq 1\}$ एक परिमित अवस्था भाषा नहीं है।

Show that the language $L \{a^k b^k \mid K \geq 1\}$ is not a finite state language.

OR

जनक फलनों का प्रयोग करके $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$ के योग का मूल्यांकन कीजिये।

Using generating functions, evaluate the sum $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$.

प्रश्न 4. किसी परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह की कोटि समूह की कोटि का भाजक होता है।

The order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

OR

जनक फलन विधि से निम्नलिखित अंतर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4} 2^r, r \geq 2 \text{ परिसीमा प्रतिबंध है : } a_0 = 2, a_1 = 1.$$

Solve by the method of generating functions of the difference equation

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4} 2^r, r \geq 2 \text{ with the B.C. } a_0 = 2, a_1 = 1.$$

P.T.O.

(3)

Code No. : S-360

प्रश्न 2. यदि I पूर्णाकों का समुच्चय हो तथा संबंध $xRy \Rightarrow x - y$ एक सम पूर्णाक हो, तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध निरूपित करता है, जहाँ $x, y \in I$.

If I is the set of integers and the relation $xRy \Rightarrow x - y$ is an even integer, then prove that R is an equivalence relation, where $x, y \in I$.

OR

यदि ग्राफ (If a Graph) $G=(V, E)$, is defined by $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$,
 $E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$, $|V|=5, |E|=7$
 then find the adjacency matrix and the incidence matrix of the graph G
 से परिभाषित है, तो इस ग्राफ का आसन्नता आव्यूह एवं आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 3. पम्पिंग प्रमेयिका को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

Write the Pumping Lemma and Prove it.

OR

मानलो a, b और c संख्यात्मक फलन इस प्रकार है कि $a * b = c$ दिया गया है
 Let a, b and c be numeric functions such that $a * b = c$. Given that

$$\text{कि } a_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 2, & r = 1 \\ 0, & r \geq 2 \end{cases} \text{ तथा and } C_r = \begin{cases} 1, & r = 1 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}$$

b का निर्धारण कीजिये।

determine b .

प्रश्न 4. निम्नलिखित अंतर समीकरण का विशेष हल ज्ञात कीजिये।

Solve the difference equation.

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = (r+1)^{3r}$$

OR

सिद्ध कीजिये कि कोटि 3 का कोई समूह G चक्रीय होता है।

Prove that any group G of order 3 is cyclic.

प्रश्न 5. मानलो (L, \leq) एक बंटनीय जालक है। दर्शाइये कि, यदि L में किसी a के लिये।

(3)

Code No. : S-360

प्रश्न 2. यदि I पूर्णाकों का समुच्चय हो तथा संबंध $xRy \Rightarrow x - y$ एक सम पूर्णाक हो, तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध निरूपित करता है, जहाँ $x, y \in I$.

If I is the set of integers and the relation $xRy \Rightarrow x - y$ is an even integer, then prove that R is an equivalence relation, where $x, y \in I$.

OR

यदि ग्राफ (If a Graph) $G=(V, E)$, is defined by $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$,
 $E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$, $|V|=5, |E|=7$
 then find the adjacency matrix and the incidence matrix of the graph G
 से परिभाषित है, तो इस ग्राफ का आसन्नता आव्यूह एवं आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 3. पम्पिंग प्रमेयिका को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

Write the Pumping Lemma and Prove it.

OR

मानलो a, b और c संख्यात्मक फलन इस प्रकार है कि $a * b = c$ दिया गया है
 Let a, b and c be numeric functions such that $a * b = c$. Given that

$$\text{कि } a_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 2, & r = 1 \\ 0, & r \geq 2 \end{cases} \text{ तथा and } C_r = \begin{cases} 1, & r = 1 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}$$

b का निर्धारण कीजिये।

determine b .

प्रश्न 4. निम्नलिखित अंतर समीकरण का विशेष हल ज्ञात कीजिये।

Solve the difference equation.

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = (r+1)^{3r}$$

OR

सिद्ध कीजिये कि कोटि 3 का कोई समूह G चक्रीय होता है।

Prove that any group G of order 3 is cyclic.

प्रश्न 5. मानलो (L, \leq) एक बंटनीय जालक है। दर्शाइये कि, यदि L में किसी a के लिये।

(4)

Code No. : S-360

 $a \wedge x = a \wedge y$ तथा $a \vee x = a \vee y$ तब $x = y$

OR

बूलीय फलनों को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिये :

$$f(x, y, z) = (x.y' + x.z)^1 + x^1$$

Express the following function into conjunctive normal form.

$$f(x, y, z) = (x.y' + x.z)^1 + x^1$$

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 300–350 शब्द सीमा में दें
Answer the following long-answer-type questions with word limit 300-350 (5x5=25)

प्रश्न 1. $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$ तथा $x_3 \leq 6$ सहित $x_1 + x_2 + x_3 = 13$, कितने हल रखता है जहाँ x_1, x_2, x_3 ऋणेत्तर पूर्णांक है।

How many solution does $x_1 + x_2 + x_3 = 13$, have where x_1, x_2, x_3 are non-negative integers with $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$ and $x_3 \leq 6$.

OR

एक कॉलेज में 25% विद्यार्थी गणित में, 15% विद्यार्थी भौतिकशास्त्र में और 10% विद्यार्थी गणित और भौतिक दोनों में फेल होते हैं। एक विद्यार्थी यदृच्छया चुना जाता है।

- यदि वह भौतिकशास्त्र में फेल है, तो उसके गणित में फेल होने की प्रयिकता क्या है?
- यदि वह गणित में फेल है, तो उसके भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रयिकता क्या है?
- उसके गणित एवं भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रयिकता क्या है?

In a college 25% students in Mathematics, 15% students in Physics and 10% student in Mathematics and Physics both are failed. A student is selected at random.

- if he is failed in Physics, then find the chance of his failure in Mathematics.
- if he is failed in Mathematics, then find the chance of his failure in Physics.
- find the chance of his failure in Mathematics or Physics.

(4)

Code No. : S-360

 $a \wedge x = a \wedge y$ तथा $a \vee x = a \vee y$ तब $x = y$

OR

बूलीय फलनों को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिये :

$$f(x, y, z) = (x.y' + x.z)^1 + x^1$$

Express the following function into conjunctive normal form.

$$f(x, y, z) = (x.y' + x.z)^1 + x^1$$

Section - 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 300–350 शब्द सीमा में दें
Answer the following long-answer-type questions with word limit 300-350 (5x5=25)

प्रश्न 1. $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$ तथा $x_3 \leq 6$ सहित $x_1 + x_2 + x_3 = 13$, कितने हल रखता है जहाँ x_1, x_2, x_3 ऋणेत्तर पूर्णांक है।

How many solution does $x_1 + x_2 + x_3 = 13$, have where x_1, x_2, x_3 are non-negative integers with $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$ and $x_3 \leq 6$.

OR

एक कॉलेज में 25% विद्यार्थी गणित में, 15% विद्यार्थी भौतिकशास्त्र में और 10% विद्यार्थी गणित और भौतिक दोनों में फेल होते हैं। एक विद्यार्थी यदृच्छया चुना जाता है।

- यदि वह भौतिकशास्त्र में फेल है, तो उसके गणित में फेल होने की प्रयिकता क्या है?
- यदि वह गणित में फेल है, तो उसके भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रयिकता क्या है?
- उसके गणित एवं भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रयिकता क्या है?

In a college 25% students in Mathematics, 15% students in Physics and 10% student in Mathematics and Physics both are failed. A student is selected at random.

- if he is failed in Physics, then find the chance of his failure in Mathematics.
- if he is failed in Mathematics, then find the chance of his failure in Physics.
- find the chance of his failure in Mathematics or Physics.