Roll No.....................

Total No. of Questions : 03
Total No. of Printed Pages : 05

**Code No. : B-272(A)**

# Annual Examination - 2017

## B.Sc.-III

## MATHEMATICS

## Paper-II

## ABSTRACT ALGEBRA

**Max.Marks : 50**

**Time : 3 Hrs.** **Min.Marks : 17**

टीप : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल कीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान है ।

**Note :** Attempt one question from each unit. All questions carry equal marks.

### Unit-I

प्रश्न– 1. (अ) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह $\delta$ के सभी आंतरिक स्वकारिताओं का समुच्चय $In(\delta), Aut(\delta)$ का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है और यह $\delta$ के विभाग समूह $\delta/z$ से तुल्याकारी होता है, जहाँ $z, \delta$ का केन्द्र है ।

Prove that the set $In(\delta)$ of all inner automorphism of a group $\delta$ is a normal subgroup of $Aut(\delta)$ and is isomorphic to the quotinet group $\delta/z$ of $\delta$ where $z$ is the centre of $\delta$.

P.T.O.

(ब) मानलो $\delta$ एक परिमित समूह है। $\delta$ में $a$ के संयुग्मी अवयवों की संख्या $\delta$ में $a$ के प्रसामान्यक का सूचक होता है अर्थात

$$C_a = \frac{o(\delta)}{o(N(a))}$$

Let $\delta$ be a finite group, The numbe of elements conjugate to a in $\delta$ is the index of the normalizer of a in $\delta$ ie. $C_a = \frac{o(\delta)}{o(N(a))}$

(स) द्वितीय सिलो प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove second Sylow's theorem.

## Unit-II

प्रश्न-2. (अ) सिद्ध कीजिए कि किसी वलय $R$ की दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ $R$ की एक गुणजावली होता है।

Prove that the intersection of two idelas of any ring $R$ is an ideal of $R$.

(ब) सिद्ध कीजिए कि $R$ एक ऐसा तत्समकी क्रम-विनिमेय वलय है जिसके गुणजावली $(0)$ या स्वयं $R$ हो तो $R$ एक क्षेत्र है।

If $R$ is such a commutative ring with unity whose ideal is (0) on $R$ itself then prove that $R$ is a field.

(स) मानलो $f: M \rightarrow N$ एक $R$-माड्यूल $M$ अंतक्षेपी एक $R$-माड्यूल $N$ की एक $R$-समाकारिता है, तो $kert, M$ का एक $R$-उपमाड्यूल होता है।



## Unit-V

प्रश्न-5. (अ) श्वार्ज असमिका लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Schwarz's Inequality.

(ब) सिद्ध कीजिए कि एक आन्तर गुणन समष्टि $V$ में शून्येत्तर सदिशों का कोई लाम्बिक समुच्चय रैखिकतः स्वतंत्र होता है।

Prove that any orthogonal set of non-zero vectors in an inner produced space V is linearly independent.

(स) ग्राम-श्मिट के लाम्बिक प्रक्रम का उपयोग करके $V_3(R)$ आधार $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ से एक प्रसामान्य लाम्बिक आधार प्राप्त कीजिए जहाँ $\alpha = (1,0,0), \beta = (1,1,0) \gamma = (1,1,1)$.

Using Gram-Schmidt orthogonalization process obtain an orthonormal basis from the basis $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ of $V_3(R)$ where $\alpha = (1,0,0)$, $\beta = (1,1,0) \gamma = (1,1,1)$

---x---