

Code No. : A.B.S-159

Roll No.

Total No. of Sections : 3

Total No. of Printed Pages : 9

Annual Online Examination 2021

Code No. : A.B.S-159

B.Sc. Part I

MATHEMATICS

Paper II

[Calculus]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : खण्ड 'अ' अतिलघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

Note : Section 'A' containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

खण्ड 'अ'

Section 'A'

निम्नांकित अतिलघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences. $1 \times 10 = 10$

1. फलन e^x का मैक्लारिन श्रेणी से प्रसार कीजिए।

Expand function e^x by Maclaurin's series.

P. T. O.

2. यदि $y = A \sin mx + B \cos mx$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0.$$

If $y = A \sin mx + B \cos mx$, then prove that

$$\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0.$$

3. यदि $x = f(t)$, $y = \phi(t)$, तो वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र लिखिए।

If $x = f(t)$, $y = \phi(t)$, then write formula for radius of curvature.

4. विचित्र बिन्दु से आप क्या समझते हैं?

What do you mean by singular point ?

5. $\int_0^{\pi/2} \cos^8 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \cos^8 x dx$.

6. वृत्त का नैज समीकरण लिखिए।

Write the intrinsic equation of circle.

7. अवकल समीकरण $x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^4 + y^4 = 0$ की घात लिखिए।

[2]

Code No. : A.B.S-159

Write the degree of differential equation

$$x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^4 + y^4 = 0.$$

8. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Write the general solution of differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0.$$

9. यदि $P + Qx = 0$ हो तो अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ के लिए पूरक फलन का एक भाग लिखिए।

If $P + Qx = 0$, then write one part of complementary

function of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$.

10. अवकल समीकरण

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

के लिए पूरक फलन लिखिए।

Write complementary function for differential equation

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x.$$

Code No. : A.B.S-159

खण्ड 'ब'

Section 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Solve the following questions. 3×5=15

1. बिन्दु $x = 0$ व $x = 1$ पर निम्न फलन की अवकलनीयता की जाँच कीजिए—

$$f(x) = |x| = |x - 1|.$$

Test the differentiability of the following function at point $x = 0$ and $x = 1$,

$$f(x) = |x| = |x - 1|.$$

अथवा

Or

यदि $y = \cos x \cos 2x \cos 3x$, तो y_n ज्ञात कीजिए।

If $y = \cos x \cos 2x \cos 3x$, then find y_n .

2. वक्र $2x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3 - 4x^2 + 8xy - 4x + 1 = 0$ के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of curve $2x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3 - 4x^2 + 8xy - 4x + 1 = 0$.

अथवा

Or

वक्र $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु $(0, 1)$ पर वक्रता वृत्त ज्ञात कीजिए।

Code No. : A.B.S-159

Find the circle of curvature of curve $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ at point $(0, 1)$.

3. परवलय $y = x^2$ एवं सरल रेखा $y = x$ के मध्य घिरे क्षेत्रफल का मान ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by parabola $y = x^2$ and straight line $y = x$.

अथवा

Or

वक्र $y = \log \sec x$ के बिन्दु $x = 0$ से $x = \frac{\pi}{3}$ तक चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of arc of curve $y = \log \sec x$ from $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{3}$.

4. हल कीजिए—

$$y \sin 2x \, dx - (y^2 + \cos^2 x) \, dy = 0.$$

Solve :

$$y \sin 2x \, dx - (y^2 + \cos^2 x) \, dy = 0.$$

अथवा

Or

वक्रकुल $3xy = x^3 - a^3$ के लम्बकोणीय सँछेदी ज्ञात कीजिए, a कुल का प्राचल है।

[5]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-159

Find the orthogonal trajectory of family of curves $3xy = x^3 - a^3$, where 'a' is parameter of family.

5. प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए—

$$(D^2 - 1) y = \tan x.$$

Solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 - 1) y = \tan x.$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3) y = e^{x^2}.$$

Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3) y = e^{x^2}.$$

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Solve the following questions.

5×5=25

1. यदि $y = (\sin^{-1} bx)^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$(1 + x^2) y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + n^2 y_n = 0.$$

[6]

Code No. : A.B.S-159

If $y = (\sin^{-1} bx)^2$, then prove that :

$$(1 + x^2) y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + n^2 y_n = 0.$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\log \sec x = \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{45} x^6 + \dots$$

Prove that :

$$\log \sec x = \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{45} x^6 + \dots$$

2. वक्र $a^2 y^2 = x^2 (a^2 - x^2)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $a^2 y^2 = x^2 (a^2 - x^2)$.

अथवा

Or

वक्र $r^n = a^n \sin n\theta$ का बिन्दु (r, θ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature of curve $r^n = a^n \sin n\theta$ at point (r, θ) .

3. लिमाकॉन $r = a + b \cos \theta$ ($a > b$) को $\theta = 0$ के परितः घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

[7]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-159

Find the volume of solid generated by revolving limacon $r = a + b \cos \theta$ ($a > b$) along $\theta = 0$.

अथवा

Or

दो वक्रों $y^2 = ax$ तथा $x^2 + y^2 = 4ax$ के उभयनिष्ठ क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the common area of two curves $y^2 = ax$ and

$$x^2 + y^2 = 4ax.$$

4. हल कीजिए—

$$(D^2 - 3D + 2) y = \cosh x.$$

Solve :

$$(D^2 - 3D + 2) y = \cosh x.$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$9(y + xp \log p) = (2 + 3 \log p) p^3$$

Solve :

$$9(y + xp \log p) = (2 + 3 \log p) p^3$$

[8]

Code No. : A.B.S-159

5. हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dt} + x = y + e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} + y = x + e^t.$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + x = y + e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} + y = x + e^t.$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$\frac{dx}{x^2 - y^2 - z^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{2xz}$$

Solve :

$$\frac{dx}{x^2 - y^2 - z^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{2xz}$$

□ □ □ □ □ d □ □ □ □ □