

Code No. : A.B.S-160

Roll No.

Total No. of Sections : 3

Total No. of Printed Pages : 9

Annual Online Examination 2021

Code No. : A.B.S-160

B.Sc. Part I

MATHEMATICS

Paper III

[Vector Analysis and Geometry]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : खण्ड 'अ' अतिलघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

Note : Section 'A' containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

खण्ड 'अ'

Section 'A'

निम्नांकित अतिलघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences. **1×10=10**

1. तीन सदिशों के सदिश त्रिक गुणनफल को परिभाषित कीजिए।
Define vector triple product of three vectors.

P. T. O.

2. यदि $r = ae^{nt} + be^{-nt}$, जहाँ a, b अचर सदिश हैं, तो $\frac{d^4r}{dt^4}$ ज्ञात कीजिए।

If $r = ae^{nt} + be^{-nt}$, where a, b are constant vectors, then find $\frac{d^4r}{dt^4}$.

3. यदि $\int f(t) dt = F(t)$ हो, तो $\int_a^b f(t) dt$ का मान क्या होगा?

If $\int f(t) dt = F(t)$, then what is the value of $\int_a^b f(t) dt$?

4. गॉउस प्रमेय को कार्तीय निर्देशांकों के रूप में लिखिए।

Write Gauss's theorem in cartesian co-ordinate form.

5. लम्बकोणीय वृत्त क्या होते हैं?

What is orthogonal circles?

6. शंकु $ax^2 + 2hxy + by^2 + c = 0$ का केन्द्र क्या होगा?

What is the centre of conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + c = 0$?

7. बेलन को परिभाषित कीजिए।

Define cylinder.

8. शंकु का व्यापक समीकरण लिखिए, जिसका शीर्ष मूलबिन्दु है।

Write the general equation of cone, whose vertex is at origin.

[2]

Code No. : A.B.S-160

9. दीर्घवृत्तीय परवलयज का समीकरण लिखिए।

Write the equation of elliptic paraboloid.

10. एक गोले का एक समतल द्वारा प्रतिच्छेद वक्र क्या होता है?

What is the section curve of a sphere by a plane ?

खण्ड 'ब'

Section 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Solve the following questions.

3×5=15

1. सिद्ध कीजिए—

$$(c \times a) \times (a \times b) = [a \ b \ c] a.$$

Prove that :

$$(c \times a) \times (a \times b) = [a \ b \ c] a.$$

अथवा

Or

यदि $r = xi + yj + zk$, तो दर्शाइए कि $\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\hat{r}}{r}$.

If $r = xi + yj + zk$, then show that $\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\hat{r}}{r}$.

2. यदि $r \times dr = 0$, दर्शाइए कि $\hat{r} = \text{अचर है।}$

If $r \times dr = 0$, then show that $\hat{r} = \text{constant}$.

[3]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-160

अथवा

Or

दर्शाइए कि $\iint_S (axi + byj + czk) \cdot ndS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$
जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

Show that $\iint_S (axi + byj + czk) \cdot ndS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$

where S is the total surface of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3. समीकरण $4x^2 - 4xy + y^2 - 8x + 6y + 5 = 0$, कौन से शांकव को निरूपित करता है?

Which conic is represented by the equation $4x^2 - 4xy + y^2 - 8x + 6y + 5 = 0$.

अथवा

Or

यदि PSP' शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ की एक नाभिगत जीवा है, जिसकी नाभि S है, तब दर्शाइए कि $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$.

If PSP' is a focal chord of a conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

whose focus is S , then show that $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$.

[4]

Code No. : A.B.S-160

4. सिद्ध कीजिए कि दो गोलों का प्रतिच्छेद वक्र एक वृत्त होता है।

Prove that the curve of intersection of two spheres is a circle.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु $yz + zx + xy = 0$ को दो लम्बवत् रेखाओं में प्रतिच्छेद करता है, यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

Prove that the intersection of a plane $ax + by + cz = 0$ and a cone $yz + zx + xy = 0$ are two perpendicular lines if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

5. दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $lx + my + nz = p$ के समान्तर है।

Find the tangent plane of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, which is parallel to the plane $lx + my + nz = p$.

Code No. : A.B.S-160

अथवा

Or

दर्शाइए कि पृष्ठ $yz + zx + xy = a^2$ का समतल $lx + my + nz = p$ द्वारा प्रतिच्छेद एक परवलय होगा यदि $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$.

Show that the intersection of a surface $yz + zx + xy = a^2$ and a plane $lx + my + nz = p$ is a parabola if $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$.

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Solve the following questions.

5×5=25

1. यदि $\frac{da}{dt} = c \times a$ तथा $\frac{db}{dt} = c \times b$ हो, तब दर्शाइए कि—

$$\frac{d}{dt} (a \times b) = c \times (a \times b).$$

If $\frac{da}{dt} = c \times a$ and $\frac{db}{dt} = c \times b$, then show that :

$$\frac{d}{dt} (a \times b) = c \times (a \times b).$$

Code No. : A.B.S-160

अथवा

Or

दर्शाएँ कि—

(i) $\operatorname{div} \hat{r} = \frac{2}{r}$,

(ii) $\operatorname{curl} \hat{r} = 0$.

Show that :

(i) $\operatorname{div} \hat{r} = \frac{2}{r}$,

(ii) $\operatorname{curl} \hat{r} = 0$.

2. मूल्यांकन कीजिए $\int_1^2 [A.(B \times C)] dt$, जहाँ $A = ti - 3j + 2tk$, $B = i - 2j + 2k$, $C = 3i + tj - k$.

Evaluate $\int_1^2 [A.(B \times C)] dt$, where $A = ti - 3j + 2tk$, $B = i - 2j + 2k$, $C = 3i + tj - k$.

अथवा

Or

डायवर्जेंस प्रमेय का उपयोग कर $\iint_S (xdydz + ydzdx + zdx dy)$ का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ पृष्ठ S गोला $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ है।

Uses divergence theorem, evaluate $\iint_S (xdydz + ydzdx + zdx dy)$ where S is a sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

[7]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-160

3. शंकु $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$.

अथवा

Or

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि रेखा $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$

शंकु $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ को स्पर्श करती है।

Find the condition when line $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$

touches the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

4. दर्शाएँ कि निर्देशांक अक्षों से होकर जाने वाले शंकु का व्यापक समीकरण $fyz + gzx + hxy = 0$ है।

Show that the general equation of the cone, which is passes through the co-ordinate axes is $fyz + gzx + hxy = 0$.

अथवा

Or

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी

त्रिज्या 2 तथा अक्ष रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ है।

[8]

Code No. : A.B.S-160

Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis line is $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$.

5. पृष्ठ $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the surface $x^2 + y^2 - z^2 = 1$.

अथवा

Or

अतिपरवलय $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु $(2, 3, -4)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of generators of the hyperboloid

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ at the point $(2, 3, -4)$.

□ □ □ □ □ d □ □ □ □ □