

Code No. : **A.B.S-260**

ऊर्ध्वाधर वृत्ताकार स्थिर पटल पर रखा गया है। यदि छड़ों के बीच का कोण  $2\theta$  है, तो साम्यावस्था में सिद्ध कीजिए कि—

$$b \sin^3 \theta = a \cos \theta.$$

Two equal uniform rods  $AB$  and  $AC$  each of length  $2b$  are freely joined at  $A$  and rest on a smooth vertical circle of radius  $a$ . Show that if  $2\theta$  be the angle between them in the state of equilibrium, then

$$b \sin^3 \theta = a \cos \theta.$$

2. एक दृढ़ पिण्ड के दिये गये बिन्दुओं पर क्रियाशील बलों के किसी दिये गये निकाय के परिणामी को ज्ञात कीजिए।

Find out the resultant of any given system of forces acting at given points of a rigid body.

अथवा

Or

समतल  $lx + my + nz = 1$  की शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find out the null point of the plane  $lx + my + nz = 1$ .

Roll No. ....

Total No. of Sections : 3

Total No. of Printed Pages : 11

Code No. : **A.B.S-260**

## Annual Online Examination 2021

B.Sc. Part II

**MATHEMATICS**

Paper III

[Mechanics]

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

नोट : खण्ड 'अ' अति लघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

Note : Section 'A', containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

खण्ड 'अ'

Section 'A'

निम्नांकित अति लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences. **1×10=10**

Code No. : **A.B.S-260**

1. बलयुग्म को परिभाषित कीजिए।

Define couples.

2. समांग कैटेनरी को परिभाषित कीजिए।

Define uniform catenary.

3. केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित कीजिए।

Define central axis.

4. रेन्च का वियोजन को परिभाषित कीजिए।

Define resolution of Wrench.

5. हुक नियम को परिभाषित कीजिए।

Define Hooke's law.

6. उड़डयन काल किसे कहते हैं ?

What is Time of Flight ?

7. अतिपरवलीय पथ को परिभाषित कीजिए।

Define Hyperbolic path.

8. ऊर्जा संरक्षण का सिद्धान्त लिखिए।

Write the law of conservation of energy.

Code No. : **A.B.S-260**

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Solve the following questions.

5×5=25

1. एक समांग दण्ड जिसकी लम्बाई  $2a$  है सन्तुलित अवस्था में है, जबकि एक सिरा एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार पर टिका हुआ है और उसकी लम्बाई का एक बिन्दु एक चिकने क्षैतिज छड़ पर रखा हुआ है, छड़ दीवार के समान्तर और दीवार  $b$  दूरी पर है। सिद्ध कीजिए कि छड़ का ऊर्ध्वाधर से झुकाव

$$\sin^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)^{1/3} \text{ है।}$$

A uniform beam, of length  $2a$ , rests in equilibrium with one end resting against a smooth vertical wall and with a point of its length resting upon a smooth horizontal rod which is parallel to the wall and at a distance  $b$  from it. Prove that the inclination of the

beam to the vertical is  $\sin^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)^{1/3}$ .

अथवा

Or

दो बराबर लम्बाइयों, प्रत्येक  $2b$  की छड़ें  $AB$  तथा  $AC$  को  $A$  से मुक्त रूप से जोड़कर एक चिकनी,  $a$  त्रिज्या की,



Code No. : **A.B.S-260**

अथवा

Or

एक कण अचर वेग  $v$  से  $r$  त्रिज्या वाले वृत्त के ऊपर भ्रमण करता है तो दिखाइए कि पथ के किसी बिन्दु पर त्वरण  $\frac{v^2}{r}$  तथा वृत्त के केन्द्र की तरफ है।

A particle describes a circle of radius  $r$  with a uniform speed  $v$ , show that its acceleration at any point of this path  $\frac{v^2}{r}$  and is directed towards the centre of the circle.

5. किसी ऊर्ध्वाधर तल में एक चिकने तार पर एक छल्ला एक अवरोध जो वेग वर्ग के समानुपाती है, के अन्तर्गत गति करता है। कण की गति ज्ञात कीजिए।

A bead moves on a smooth wire in a vertical plane under the resistance which varies as square of the velocity. Find the motion of particle

अथवा

Or

एक कण त्रिविमीय दिशा में गतिमान है तो कार्तीय निर्देशांक के पदों में कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

If a particle moves in three dimensions, then find the acceleration of the particle in terms of cartesian co-ordinates.

Code No. : **A.B.S-260**

9. एक कण अचर वेग  $v$  से  $r$  त्रिज्या वाले वृत्त के ऊपर भ्रमण करता है, तो उसका परिणामी त्वरण क्या होगा ?

A particle moves with constant velocity on the circle of radius  $r$ , then what is the resultant acceleration ?

10. प्रक्षेप्य की महत्तम ऊँचाई लिखिए।

Write the maximum height of projectile.

खण्ड 'ब'

Section 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Solve the following questions.

3×5=15

1. चार समांग छड़ों को सिरों पर मुक्त रूप से जोड़कर एक समान्तर चतुर्भुज  $ABCD$  बनाया जाता है। इसे  $A$  बिन्दु से लटका दिया जाता है तथा एक अविस्तार्य डोरी  $AC$  से इसके आकार को बनाये रखा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी का तनाव सम्पूर्ण भार का आधा होता है।

Four uniform rods are freely jointed at their extremities and form a parallelogram  $ABCD$ , which is suspended by the join  $A$  and is kept in shape by an inextensible string  $AC$ . Prove that the tension of the string is equal to half of the whole weight.

Code No. : **A.B.S-260**

Or

सिद्ध कीजिए कि यदि एक एकसमान अविस्तार्य चैन गुरुत्व के अधीन स्वतन्त्रतापूर्वक लटकी हुई है, दो बिन्दुओं पर तनावों का अन्तर उनके ऊँचाइयों के अन्तर के समानुपातिक होता है।

Prove that if a uniform inextensible chain hangs freely under gravity, the difference of the tension at two points varies as the difference of their heights.

2. दृढ़ पिण्ड की साम्यावस्था के व्यापक प्रतिबन्ध की व्याख्या कीजिए।

Explain general condition of equilibrium of a Rigid Body.

अथवा

Or

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि सरल रेखा

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

बलों के निकाय  $(X, Y, Z, L, M, N)$  के लिए शून्य रेखा हो सकती है।

Code No. : **A.B.S-260**

To find the condition that the straight line

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

may be a null line for the system of forces  $(X, Y, Z, L, M, N)$ .

3. सरल आवर्त गति के ज्यामितीय निरूपण की व्याख्या कीजिए।

Explain Geometrical representation of S.H.M.

अथवा

Or

एक बिन्दु  $P, O$  के सापेक्ष अचर कोणीय वेग से समान कोणिक सर्पिल  $r = ae^\theta$  पर गतिमान है, जहाँ  $O$  सर्पिल का ध्रुव है।  $P$  का त्रिज्य और अनुप्रस्थ त्वरण ज्ञात कीजिए।

A point  $P$  describes, with constant angular velocity about  $O$ , the equiangular spiral  $r = ae^\theta$ ,  $O$  being the pole of the spiral. Obtain the radial and transverse accelerations of  $P$ .

4. केपलर के ग्रहीय गति नियम की व्याख्या कीजिए।

Explain Kepler's Laws of Planetary Motion.



and normal accelerations are each constant throughout the motion, prove that the angle  $\psi$ , through which the direction of motion turns in time  $t$  is given by  $\psi = A \log (1 + Bt)$ .

अथवा

Or

एक कण नाभि की ओर दिष्ट एक बल  $\frac{\mu}{(\text{दूरी})^2}$  के अन्तर्गत एक दीर्घवृत्त निर्मित करता है। यदि यह बल केन्द्र से दूरी  $r$  पर एक बिन्दु से वेग  $V$  से प्रक्षिप्त किया गया था तो दर्शाइए

कि इसका आवर्तकाल  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$  है।

A particle describes an ellipse under a force  $\frac{\mu}{(\text{distance})^2}$  towards the focus. If it was projected with velocity  $V$  from a point distance  $r$  from the centre of force, show that the periodic time is

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$$

5. ध्रुवीय निर्देशांकों (गोलीय निर्देशांक) के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

To find acceleration of a particle in terms of polar co-ordinates (spherical co-ordinates).

अथवा

Or

एक  $m$  द्रव्यमान का कण ऊर्ध्वाधरतः गुरुत्व के अन्तर्गत प्रक्षेपित किया जाता है। वायु का अवरोध वेग का  $mk$  गुना है। यदि  $v$  सीमान्त वेग तथा  $\lambda v$  प्रारम्भिक वेग है तो दर्शाइए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम ऊँचाई निम्नलिखित है—

$$\frac{v^2}{g} [\lambda - \log (1 + \lambda)].$$

A particle of mass  $m$  is projected vertically under gravity, the resistance of the air being  $mk$  time the velocity. Show that the greatest height attained by the

particle is  $\frac{v^2}{g} [\lambda - \log (1 + \lambda)]$ .

□□□□□ d □□□□□

3.  $m$  द्रव्यमान का एक पिण्ड एक स्थिर बिन्दु से आकाश में क्षैतिज से  $\alpha$  कोण बनाते हुए  $v$  वेग से फेंका जाता है, तो सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप्य का पथ एक परवलय है।

A particle of mass  $m$  is projected from a fixed point into the air with velocity  $v$  in a direction making an angle  $\alpha$  with the horizontal, prove that the path of the projectile is a parabola.

अथवा

Or

यदि किसी कण के त्रिज्य वेग एवं अनुप्रस्थ वेग सदैव एक-दूसरे के समानुपाती हों तो दर्शाइए कि पथ एक समान कोणीय सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is equiangular spiral.

4. एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरिखीय और अभिलम्बीय त्वरण सदैव अचर रहते हैं तो सिद्ध कीजिए कि कोण  $\psi$  जो गति की दिशा समय  $t$  में घूमती है, समीकरण  $\psi = A \log(1 + Bt)$  द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential