

Roll No.

Total No. of Sections : 3

Total No. of Printed Pages : 10

Annual Online Examination 2021**Code No. : A.B.S-360****B.Sc. Part III****MATHEMATICS****Paper III**

[Discrete Mathematics]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : खण्ड 'अ' अतिलघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

Note : Section 'A' containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

खण्ड 'अ'**Section 'A'**

निम्नांकित अतिलघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences. $1 \times 10 = 10$

1. यदि $P = \{a, b, c\}$, $Q = \{d, e, f, g\}$ तब $|P \cup Q|$ को ज्ञात कीजिए।

If $P = \{a, b, c\}$, $Q = \{d, e, f, g\}$, then find $|P \cup Q|$.

P. T. O.

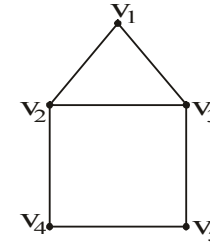
2. पूरक घटना को परिभाषित कीजिए।

Define Complementary Event.

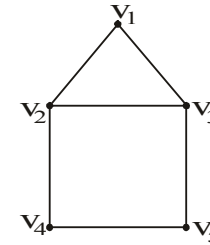
3. प्रतिसममितता को परिभाषित कीजिए।

Define Antisymmetry.

4. ग्राफ का वियोजन कीजिए।



Find Decomposition of graph.



5. क्लीन प्रमेय का कथन लिखिए—

Write the statement of Kleen's theorem.

6. Δa तथा ∇a का सूत्र लिखिए।

Write the formula of Δa and ∇a .

Code No. : A.B.S-360

7. संख्यात्मक फलन $(3^0, 3^1, 3^2, \dots, 3^r, \dots)$ का जनक फलन लिखिए।

Write the generating function of the numeric function $(3^0, 3^1, 3^2, \dots, 3^r, \dots)$.

8. फिबोनाकी अनुक्रम लिखिए।

Write Fibonacci Sequence.

9. उपसमूह को परिभाषित कीजिए।

Define subgroup.

10. तार्किक संयोजक लिखिए।

Write Logical Connectives.

खण्ड 'ब'

Section 'B'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दें।

Solve the following questions.

3×5=15

1. गणितीय आगमन से दिखाइए कि—

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

Show by mathematical induction that :

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

Code No. : A.B.S-360

अथवा

Or

प्रायिकता का योग नियम लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove additive law of probability.

2. सिद्ध कीजिए कि 1,00,000 व्यक्तियों में कम से कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिन्होंने ठीक एक समय (घण्टा, मिनट, सेकण्ड) में जन्म लिया है।

Prove that among 1,00,000 people, there are at least two who were born at exactly the same time (hour, minute and second).

अथवा

Or

माना कि (L, \leq) एक जालक है तथा $a, b \in L$, तो सिद्ध कीजिए—

(i) $a \wedge a = a$,

(ii) $a \wedge (a \vee b) = a$.

Let (L, \leq) be a lattice and $a, b \in L$, then prove that :

(i) $a \wedge a = a$,

(ii) $a \wedge (a \vee b) = a$.

Code No. : A.B.S-360

3. बबल सॉर्ट एल्गोरिथम लिखिए।

Write Bubble Sort Algorithm.

अथवा

Or

यदि $c = ab$, तो सिद्ध कीजिए—

$$\Delta c_r = a_{r+1} (\Delta b_r) + b_r (\Delta a_r).$$

Let $c = ab$, then show that :

$$\Delta c_r = a_{r+1} (\Delta b_r) + b_r (\Delta a_r).$$

4. पुनरावृत्त सम्बन्ध $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 0$ को हल कीजिए दिया गया है कि $a_0 = 1, a_1 = 3$ ।

Solve the recurrence relation,

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 0$$

given that $a_0 = 1, a_1 = 3$.

अथवा

Or

समूह को परिभाषित कर इसका एक उदाहरण दीजिए।

Define group and give one example of it.

[5]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-360

5. सत्यता सारणी की सहायता से सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन तुल्य है—

(i) $p \Leftrightarrow q$,

(ii) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$.

Establish equivalence of the following statements with the help of truth table :

(i) $p \Leftrightarrow q$,

(ii) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$.

अथवा

Or

निम्नलिखित बूलीय फलन का संयोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए—

$$f(x, y, z) = x \cdot y' + x \cdot z + x \cdot y$$

Find conjunctive normal form of the following Boolean function :

$$f(x, y, z) = x \cdot y' + x \cdot z + x \cdot y$$

[6]

Code No. : A.B.S-360

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Solve the following questions.

5×5=25

1. एक व्याकरण व उससे सम्बन्धित भाषा, व्याकरणों के प्रकारों को उदाहरण देकर समझाइए। भाषा : $L = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$ को जनित करने वाले व्याकरण को प्राप्त कीजिए व व्याकरण का कौन-सा प्रकार है, इसे भी बताइए।

Define a grammar, language generated by grammar, types of grammar and language furnishing the examples. Find a grammar that generates the language : $L = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$. Also state the type of grammar.

अथवा

Or

समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13, 0 \leq x \leq 5, i = 0$ से 5 तक के सभी पूर्णांक हलों को ज्ञात कीजिए।

Find the integer solutions of equation $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13, 0 \leq x \leq 5, i = 0$ to 5.

2. किसी सम्बद्ध समतलीय ग्राफ के लिए सिद्ध कीजिए कि $V - e + r = 2$, जहाँ V, e तथा r क्रमशः शीर्षों, कोरों एवं क्षेत्रों की संख्या है।

[7]

P. T. O.

Code No. : A.B.S-360

For any connected planar graph, prove that $V - e + r = 2$ where V, e and r the number of vertices, edges and regions of the graph respectively.

अथवा

Or

तुल्यता सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए। यदि I पूर्णाकों का समुच्चय है तथा सम्बन्ध $xRy \Rightarrow x - y$ एक सम पूर्णांक है तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Define equivalence relation. If I is the set of integers and the relation $xRy \Rightarrow x - y$, is an even integers, then prove that R is an equivalence relation.

3. निम्नलिखित अन्तर समीकरण का विशेष हल ज्ञात कीजिए—

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1.$$

Find the particular solution of the following difference equation :

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1.$$

अथवा

Or

दर्शाइए कि भाषा $L = \{a^k b^k : k \geq 1\}$ एक परिमित अवस्था भाषा नहीं है।

[8]

Code No. : A.B.S-360

Show that the language $L = \{a^k b^k : k \geq 1\}$ is not a finite state language.

4. जनक फलन विधि द्वारा निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए—

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2.$$

Solve the following difference equation by method of generating function :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2.$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि एक समूह G के किसी परिमित उपसमुच्चय H के एक उपसमूह होने के लिए आवश्यक व पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि H , ग्रुप G की द्विचर संक्रिया के अन्तर्गत संवृत्त होना चाहिए।

Prove that the necessary and sufficient condition for a finite subset H of a group G to be a subgroup that is must be closed under the binary operation of group G .

5. यदि $(B, \wedge, \vee, ')$ एक बूलीय बीजगणित है तो किसी $a, b \in B$ के लिए सिद्ध कीजिए कि—

$$(a \vee b)' = a' \wedge b'$$

और $(a \wedge b)' = a' \vee b' \forall a, b \in B.$

Code No. : A.B.S-360

If $(B, \wedge, \vee, ')$ is Boolean algebra, then prove that :

$$(a \vee b)' = a' \wedge b'$$

and $(a \wedge b)' = a' \vee b' \forall a, b \in B.$

अथवा

Or

निम्नलिखित बूलीय फलनों का वियोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए—

$$f(x, y, z) = (x + y') \cdot (y + z') \cdot (z + x') \cdot (x' + y')$$

$$f(x, y, z) = (x + y) \cdot (x' + y')$$

Find disjunctive normal form of the following Boolean function :

$$f(x, y, z) = (x + y') \cdot (y + z') \cdot (z + x') \cdot (x' + y')$$

$$f(x, y, z) = (x + y) \cdot (x' + y')$$

□ □ □ □ □ d □ □ □ □ □