

Roll No.

Total No. of Sections : 3

Total No. of Printed Pages : 10

Code No. : BS-159

Online Annual Examination, 2022

B.Sc. Part I

MATHEMATICS

Paper II

[Calculus]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : खण्ड 'अ' अति लघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

Note : Section 'A', containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

खण्ड 'अ'

Section 'A'

निम्नांकित अति लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दीजिए।

Code No. : BS-159

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences. **1×10=10**

1. सांतत्य की कौशी की परिभाषा लिखिए।

Write Cauchy's definition of continuity.

2. लाइब्निज प्रमेय का कथन लिखिए।

Write the statement of Leibnitz's theorem.

3. किसी वक्र की अनंतस्पर्शी को परिभाषित कीजिए।

Define asymptote of a curve.

4. किसी वक्र के पदिक समीकरण से आप क्या समझते हैं?

What do you mean by pedal equation of a curve ?

5. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx$ का मूल्यांकन कीजिए।

Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx$.

6. समानयन सूत्र से आप क्या समझते हैं?

What do you mean by reduction formulae ?

7. किसी अवकल समीकरण के व्यापक और विशेष हल को परिभाषित कीजिए।

Define general and particular solution of a differential equation.

Code No. : BS-159

8. क्लेरो-समीकरण का मानक रूप एवं उसका अभीष्ट हल लिखिए।

Write the standard form and general solution of Clairaut's equation.

9. n वीं कोटि के असमघातीय रैखिक अवकल समीकरण का एक उदाहरण दीजिए।

Give an example of n th order non-homogeneous linear differential equation.

10. युगपत अवकल समीकरण क्या हैं?

What are simultaneous differential equations ?

खण्ड 'ब'

Section 'B'

निम्नांकित प्रश्नों को हल कीजिए।

Solve the following questions. $3 \times 5 = 15$

1. यदि $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$ के लिए $f(0) = 0$, दर्शाइए कि f सर्वत्र संतत और अवकलनीय है तथा $f'(0) = 0$.

If $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$ for $f(0) = 0$ show that f continuous and differentiable everywhere and $f'(0) = 0$.

Code No. : BS-159

अथवा

Or

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ then prove that $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$

2. वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ की सभी अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find all asymptotes for the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि कैटनरी $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ के बिन्दु (x, y)

पर वक्रता त्रिज्या $\frac{y^2}{c}$ है?

Prove that the radius of curvature at the point (x, y) of the catenary $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ is $\frac{y^2}{c}$.

3. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को उसके दीर्घ अक्ष (x -अक्ष) के परितः घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Code No. : BS-159

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about major axis (x-axis).

अथवा

Or

वक्र $y^2 = 4 - x$ तथा $y^2 = x$ के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the curves $y^2 = 4 - x$ and $y^2 = x$.

4. हल कीजिए :

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 3 \frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

Solve :

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 3 \frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

अथवा

Or

हल कीजिए :

$$(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2ydy = 0$$

[5]

P. T. O.

Code No. : BS-159

Solve :

$$(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2ydy = 0$$

5. हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

अथवा

Or

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

[6]

Code No. : BS-159

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित प्रश्नों को हल कीजिए।

Solve the following questions. $5 \times 5 = 25$

1. मैक्लॉरिन प्रमेय के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\log(1 + \sin x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^5}{24} + \dots$$

Use Maclaurin's theorem to prove that :

$$\log(1 + \sin x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^5}{24} + \dots$$

अथवा

Or

यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 - x^2) y_2 - xy_1 + m^2 y = 0$$

तब व्युत्पन्न कीजिए कि :

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) xy_{n+1} - (n^2 - m^2) y_n = 0$$

If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ then prove that $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2 y = 0$

Then derive that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2x + 1) xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

[7]

P. T. O.

Code No. : BS-159

2. वक्र $y^2(a - x) = x^2(a + x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(a - x) = x^2(a + x)$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि दृश्याभ $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$ होती है।

Prove that the radius of curvature at any point of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$.

3. मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \sqrt{\tan \theta} d\theta$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \sqrt{\tan \theta} d\theta$$

अथवा

Or

हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ की सम्पूर्ण लम्बाई (परिमाप) ज्ञात कीजिए।

यह भी दर्शाइए कि उसका ऊपरी अर्द्धभाग रेखा $\theta = \frac{1}{3}\pi$ द्वारा विभाजित है।

[8]

Code No. : BS-159

Find the entire length (perimeter) of the cardioid
 $r = a (1 + \cos \theta)$.

Also show that the arc of the upper half is bisected by
 $\theta = \frac{1}{3} \pi$.

4. हल कीजिए :

$$(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$$

Solve :

$$(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$$

अथवा

Or

वक्र-कुल $\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1$ के लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात
कीजिए, λ कुल का प्राचल है।

Find the orthogonal trajectories of the family of curves

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1 \text{ where } \lambda \text{ is a parameter.}$$

5. प्राचल विचरण से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

[9]

P. T. O.

Code No. : BS-159

Solve by variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

अथवा

Or

हल कीजिए :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + m^2y = 0$$

और $\frac{d^2y}{dt^2} - m^2x = 0$

Solve :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + m^2y = 0$$

and $\frac{d^2y}{dt^2} - m^2x = 0$

□ □ □ □ □ d □ □ □ □ □

[10]

10/700