

Roll No. .... Total No. of Printed Pages : 13

**Code No. : BS-260**

Online Annual Examination, 2022

**B.Sc. Part II**

**MATHEMATICS**

**Paper III**

[Mechanics]

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

**नोट :** खण्ड 'अ' अति लघु उत्तरीय प्रकार का, जिसमें दस प्रश्न हैं, अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल किया जाना है।

**Note :** Section 'A', containing 10 very short answer type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short answer type questions and Section 'C' consists of long answer type questions. Section 'A' has to be solved first.

**खण्ड 'अ'**

**Section 'A'**

निम्नांकित अति लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दीजिए।

Answer the following very short answer type questions in one or two sentences.  $1 \times 10 = 10$

P. T. O.

**Code No. : BS-260**

1. लामी प्रमेय का कथन लिखिये।

Write the statement of Lamis theorem.

2. दृढ़ पिण्ड के विभिन्न बिन्दुओं पर क्रियाशील समतलीय बलों के निकाय के लिए कल्पित कार्य का सिद्धान्त लिखिये।

Write a principal of work for a system of coplanar forces acting at different points of a rigid body.

3. स्क्रू एवं रेन्च को परिभाषित कीजिये।

Define screw and wrenches.

4. समिष्ट में एक व्यापक बल-निकाय के एक एकल बल में समानयन का प्रतिबन्ध लिखिये।

To write the condition in order that a general system of forces in space should reduce to a single force.

5. प्रक्षेप्य को महत्तम ऊँचाई तक पहुँचने में कितना समय लगता है ?

What time taken by the projectile to reach the highest point ?

6. आवर्त काल को परिभाषित कीजिए।

Define period of Motion.

[ 2 ]

**Code No. : BS-260**

7. ऊर्जा संरक्षण का सिद्धान्त लिखिये।

Write the statement of the principle of conservation of energy.

8. समतल वक्र के अनुदिश गतिमान एक कण का स्पर्श रेखीय एवं अभिलम्बीय दिशा में वेग के घटक का सूत्र लिखिये।

Write the formula to find components of velocity of a particle moving along a plane curve in tangential and normal directions.

9. यदि एक कण त्रिविम दिशा में गतिमान है तो कार्तीय निर्देशांकों के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात करने का सूत्र लिखिये।

If a particle moves in three dimensions then to write the formula to find the acceleration of a particle in terms of cartesian co-ordinates.

10. सामान्य कैटिनरी का कार्तीय समीकरण लिखिये।

Write the Cartesian equation of the common catenary.

**खण्ड 'ब'**

**Section 'B'**

*निम्नांकित लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

*Answer the following short answer type questions.*

**3 × 5 = 15**

[ 3 ]

P. T. O.

**Code No. : BS-260**

1. एक दण्ड जिसका गुरुत्व केन्द्र उसे  $a$  और  $b$  दो भागों में विभाजित करता है, एक चिकने गोले के भीतर रखा हुआ है। दर्शाइये कि यदि सन्तुलित अवस्था में क्षैतिज से उसका झुकाव  $\theta$  है और गोले के केन्द्र पर दण्ड  $2\alpha$  कोण अन्तरित करता है, तो

$$\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$$

A beam whose centre of gravity divides it into two portions  $a$  and  $b$  is placed inside a smooth sphere; show that, if  $\theta$  be its inclination to the horizon in the position of equilibrium and  $2\alpha$  be the angle subtended by the beam at the centre of the sphere, then show that

$$\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$$

**अथवा**

**Or**

एक वर्गाकार फ्रेम जिसका निर्माण बराबर भार  $w$  की एक समान भारी छड़ों को आपस में बाँधकर किया गया है। एक कोणीय बिन्दु द्वारा लटका दिया गया है। नीचे के तीन कोणीय बिन्दुओं में प्रत्येक से एक भार  $w$  लटकाया गया है तथा वर्ग की आकृति को क्षैतिज विकर्ण के अनुदिश एक हल्की छड़ के द्वारा संरक्षित किया गया है। सिद्ध कीजिये कि इसका प्रणोद  $4w$  है।

[ 4 ]

**Code No. : BS-260**

A square frame work formed of uniform heavy rods of equal weight  $w$  jointed together is hung up by one corner. A weight  $w$  is suspended from each of the three lower corners and the shape of the square is preserved by a light rod along the horizontal diagonal. Prove that its thrust is  $4w$ .

2. यदि  $P$  तथा  $Q$  दो अप्रतिच्छेदी बल जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं दर्शाइये कि केन्द्रीय अक्ष से उनकी क्रिया रेखाओं की दूरियों का अनुपात  $Q^2 : P^2$  है।

If  $P$  and  $Q$  be two non-intersecting forces whose direction are perpendicular, show that the ratio of distances of the central axes from their lines of action are  $Q^2 : P^2$ .

अथवा

Or

डायनमे  $(X, Y, Z, L, M, N)$  के लिए समतल  $x + y + z = 0$  की शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane  $x + y + z = 0$  for the dyname  $(X, Y, Z, L, M, N)$ .

3. एक दिये गये प्रक्षेप वेग के लिए किसी नत समतल पर यदि नीचे की ओर का अधिकतम परास ऊपर की ओर के अधिकतम परास का तिगुना हो, तो नत समतल का क्षितिज से कोण ज्ञात कीजिये।

[ 5 ]

P. T. O.

**Code No. : BS-260**

For a given velocity of projection the maximum range down an inclined plane is three times the range up the inclined plane. Find the inclination of the plane to the horizon.

अथवा

Or

आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में, दर्शाइये कि केन्द्र से  $x$  दूरी पर वेग  $v$  निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा दिया जाता है—

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

Show that in a S.H.M. of amplitude 'a' and period T, the velocity  $v$  at a distance  $x$  from the centre is given by the relation

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

4. संकेन्द्र कक्षा का पदिक रूप में अवकल समीकरण प्राप्त कीजिये।

To find the differential equation of central orbit in pedal form.

अथवा

Or

यदि  $v_1$  व  $v_2$  ग्रह के रैखिक वेग हैं, जबकि यह सूर्य से क्रमशः निकटतम व दूरस्थ हैं, सिद्ध कीजिये कि

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

[ 6 ]

**Code No. : BS-260**

If  $v_1$  and  $v_2$  are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

5. एक कण  $V$  वेग से एक चिकने क्षैतिज समतल पर ऐसे माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है, जिसकी प्रति इकाई संहति पर प्रतिरोध  $k$  (वेग) है। दर्शाइये कि  $t$  समय के पश्चात् कण का वेग  $v$  और इस समय में चली गई दूरी  $s$  निम्नांकित से दी जाती है।

$$v = Ve^{-kt} \quad \text{या} \quad s = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt})$$

A particle is projected with velocity  $V$  along a smooth horizontal plane in a resisting medium whose resistance per unit mass is  $k$  (velocity). Show that the velocity  $v$  after a time  $t$  and the distance travelled  $s$  in that time are given by

$$v = Ve^{-kt} \quad \text{and} \quad s = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt})$$

अथवा

Or

यदि कोई कण क्षैतिज से  $\alpha$  कोण बनाते हुए एक ऐसे माध्यम में किसी वेग  $u$  से प्रक्षेपित किया जाये जिसमें प्रतिरोध कण

**Code No. : BS-260**

के वेग के समानुपाती है तो सिद्ध कीजिए कि उसके पथ का समीकरण उचित अक्षों के सन्दर्भ में,  $y + ax = b \log x$  के रूप में लिखा जा सकता है।

If a particle be projected with a velocity  $u$  at an angle  $\alpha$  to the horizon in a medium whose resistance varies as the velocity of the particle. Show that the equation of the trajectory can, by a proper choice of axes, be put in form  $y + ax = b \log x$ .

खण्ड 'स'

Section 'C'

निम्नांकित दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Answer the following long answer type questions.

5 × 5 = 25

1.  $3P$ ,  $7P$  तथा  $5P$  बल क्रमशः एक समबाहु त्रिभुज  $ABC$  की तीन भुजाओं  $AB$ ,  $BC$  तथा  $CA$  के अनुदिश क्रिया करते हैं। इनके परिणाम, दिशा एवं क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Forces equal to  $3P$ ,  $7P$ ,  $5P$  act along the sides  $AB$ ,  $BC$  and  $CA$  of an equilateral triangle  $ABC$ ; find the magnitude, direction and line of action of the resultant.

Code No. : BS-260

अथवा

Or

$2a$  लम्बाई की एक भारी समांग छड़ के दोनों सिरे दो चिकने तट समतलों के सम्पर्क में रखे हैं, जहाँ क्षैतिज से समतलों का झुकाव क्रमशः  $\alpha$  तथा  $\beta$  ( $\beta > \alpha$ ) है। यदि साम्य अवस्था में छड़ का क्षैतिज से झुकाव  $\theta$  हो तो कुल कल्पित कार्य के सिद्धान्त से सिद्ध कीजिये कि

$$\tan \theta = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \cot \beta)$$

A heavy uniform rod of length  $2a$ , rests with its ends in contact with two smooth inclined planes of inclination  $\alpha$  and  $\beta$  ( $\beta > \alpha$ ) to the horizon. If  $\theta$  be the inclination of the rod to the horizon, prove by the principle of virtual work, that

$$\tan \theta = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \cot \beta)$$

2. निर्देशांकों और सरल रेखा  $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$  पर क्रमशः बराबर बल क्रिया करते हैं। इस बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिये।

[ 9 ]

P. T. O.

Code No. : BS-260

Equal forces act along the co-ordinates axes and along

the straight line  $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ .

अथवा

Or

समतल  $lx + my + nz = 1$  की शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

To find the zero deflection position of the plane  $lx + my + nz = 1$ .

3. एक  $m$  द्रव्यमान एक प्रत्यास्थ डोर द्वारा एक स्थिर बिन्दु से लटक रहा है और इसको एक अल्प ऊर्ध्वाधर दोलन दिया जाता है। यदि साम्य अवस्था में डोर की लम्बाई  $l$  हो और प्रति सेकण्ड दोलों की संख्या  $n$  हो तो दर्शाओ कि डोर की प्राकृतिक लम्बाई है—

$$l - \frac{g}{4\pi^2 n^2}$$

A mass  $m$  hangs from a fixed point by a light string and is given a small vertical oscillation. If  $l$  be the length of the string in equilibrium position and  $n$  the number of oscillations per second show that the natural length of the string is

$$l - \frac{g}{4\pi^2 n^2}$$

[ 10 ]

Code No. : BS-260

अथवा

Or

उस गोली का प्रक्षेप वेग और दिशा ज्ञात कीजिये, जो 50 मीटर की दूरी पर स्थित 25 मीटर ऊँची दीवार के ठीक ऊपर से होकर क्षैतिज दिशा में जाती है ( $g = 981$  सेमी/सेकण्ड<sup>2</sup>)

Find the velocity and direction of projection of a shot which passes in a horizontal direction just over the top of a wall which is 50 metres off and 25 metres high ( $g = 981$  cm/s<sup>2</sup>)

4. एक बिन्दु  $P$  एक समान कोणिक सर्पिल  $r = ae^{\theta \cot \alpha}$  से ध्रुव  $O$  के सापेक्ष अचर कोणीय वेग में चलता है। दर्शाइये कि त्वरण  $OP$  के समानुपाती है तथा इसकी दिशा  $P$  पर स्पर्श रेखा के साथ बही अचर कोण बनाती है जो  $OP$  द्वारा बनाया जाता है।

A point  $P$  describes an equiangular spiral  $r = ae^{\theta \cot \alpha}$  with constant angular velocity about the pole  $O$ . Show that the acceleration varies as  $OP$  and it is in a direction making with the tangent at  $P$  the same constant angle that  $OP$  makes.

Code No. : BS-260

अथवा

Or

एक कण, जिस पर कोई बल क्रिया नहीं कर रहा है, रूक्ष गोले के आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश प्रक्षिप्त किया जाता है, दर्शाइये कि यह  $\frac{a}{\mu V}(e^{2\mu\pi} - 1)$  समय पश्चात् प्रक्षेप बिन्दु पर वापिस लौट आएगा, जहाँ  $a$  गोले की त्रिज्या, प्रक्षेप वेग  $V$  तथा घर्षण गुणांक  $\mu$  है।

A particle is projected along the inner surface of a rough sphere and is acted on by no forces; show that it will return to the point of projection at the end of time  $\frac{a}{\mu V}(e^{2\mu\pi} - 1)$ , where  $a$  is the radius of the sphere,

$V$  is the velocity of projection and  $\mu$  is the coefficient of friction.

5. एक कण गुरुत्व के अन्तर्गत एक माध्यम, जिसका अवरोधी बल  $= mk$  (वेग) <sup>$n$</sup>  है, में गति कर रहा है। गति ज्ञात कीजिये।

A particle is moving under gravity in a medium, whose resistance  $= mk$  (velocity) <sup>$n$</sup> ; to find the motion.

**Code No. : BS-260**

अथवा

Or

तरल की एक गोलाकार बूँद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा  $c$  की अचर दर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाओ कि विराम में गिरते हुए  $t$  समय बाद इसका वेग है—

$$\frac{1}{2}gt \left[ 1 + \frac{M}{M + ct} \right]$$

जहाँ  $M$  बूँद का प्रारम्भिक द्रव्यमान है।

A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation at a constant rate  $c$  show that the velocity after falling from rest in time  $t$  is

$$\frac{1}{2}gt \left[ 1 + \frac{M}{M + ct} \right]$$

Where  $M$  is the initial mass of the drop.

□ □ □ □ □ d □ □ □ □ □